

تمارين حول الدوال الأسية

تمرين 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x \quad \text{أحسب}$$

تمرين 2

$$\begin{cases} f(x) = x^{2x} \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{أدرس و مثل مبيانا الدالة } f \text{ حيث}$$

تمرين 3

- حل في \mathbb{R} المعادلات

$$e^{x^2 - 3x - 3} = e \quad ; \quad e^{4x - 3} = 2$$

$$3e^{3x} - 2e^{2x} - e^x = 0$$

2 $e^{2x} - 3e^x + 1 < 0$; $e^x - 2e^{-x} + 1 > 0$ 3 $x^2 - 3x - 6 > 0$ حل في \mathbb{R} المتراجحات

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2^x = 3^y \end{cases} \quad \text{حل في } \mathbb{R}^2 \text{ النقطة}$$

تمرين 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{2x} - 3e^x + 2} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{x^3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 2}{e^x - 1} \quad \text{أحسب}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{x}} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^x} - 1}{x - 1}$$

تمرين 5

- I- نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي
- A- حدد D_f ونهايات f عند محدودات
- B- أدرس تغيرات f
- C- حدد نقطة تقاطع C_f ومحور الأفاسيل
- D- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الأفصول 0
- E- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f
- F- أنشئ C_f

II- نعتبر الدالة g المعرفة بـ

- A- حدد D_g ونهايات g عند محدودات
- B- أدرس تغيرات g
- C- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_g ثم أنشئ C_g

تمرين 6

$$\begin{cases} f(x) = |2x(1 - \ln x)| & x > 0 \\ f(x) = e^x - 1 - 2\sqrt{1 - e^x} & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي}$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma :

- 1 أدرس استقاق و اتصال f عند النقطتين 0 و C_f وأعط التأويل الهندسي للنتائج المحصل عليها
- 2 أحسب نهايات f عند محدودات D_f ثم أدرس الفروع لللانهائيات L
- 3 أدرس تغيرات f وأنشئ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$ C_f المعرفة بـ
- 4 بين أن g قصور الدالة f على $[0; +\infty]$ تقابل من J نحو مجال J يجب تحديده
أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين 7

$$f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$$

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ

- 1 حدد D_f و نهايات f عند محدودات D_f
- 2 أدرس تغيرات f وأعط جدول تغيراتها
- 3 أدرس الفروع للانهائيات لمنحنى f
- 4 بين أن $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل لمنحنى C_f
- 5 أنشئ C_f في مستوى منسوب إلى م.م.م
- 6 لتكن $m \in \mathbb{R}$. حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$

تمرين 8

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1} + \ln|x^2 - 1|$$

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $D = [0; 1[\cup]1; +\infty]$ بحيث

1- أحسب نهايات f عند محدودات D .

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$$

2- بين أن $f'(x)$ لكل x من D وأعط جدول تغيرات f

3- استنتج مما سبق إشارة $f(x)$ لكل x من D

$$g(x) = x \ln|x^2 - 1|$$

II- لتكن g الدالة المعرفة على D بـ

1- أحسب نهايات g عند محدودات D .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$$

2- بين لكل x من D $g'(x) = f(x)$ وأعط جدول تغيرات g .

3- أ- استنتاج من دراسة الدالة f إحداثي I نقطة انعطاف المحنى C_g

$$g(x) = 0$$

ب- حل في D المعادلة

ج- أنشئ C_g

تمرين 9

الجزء الأول

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x} - 4(x-1)e^x - 2$$

لتكن f الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = xe^{2x} \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{4}{e^x} + \frac{4}{xe^x} - \frac{2}{xe^{2x}}\right)$$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و بين لكل x من \mathbb{R} $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ثم استنتاج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- 2- أدرس تغيرات f
- 3- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f
- ب- بين أن C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة x_0 تنتهي إلى $[-2; -1]$
- ج- أنشئ $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 2\text{cm}$ C_f

الجزء الثاني

$$\begin{cases} g(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4) & x > 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$$

لتكن g الدالة المعرفة بـ

- 1- بين أن $\forall x \in]0; +\infty[\quad g(x) = f(\ln x)$
- 2- أدرس اتصال و استقاق g في يمين 0
- 3- أدرس تغيرات g
- 4- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_g

- ب- أستنتج من 2- ب- في الجزء الأول ، تأطيرا لأقصول نقطة تقاطع C_g ومحور الأفاصيل
- ج- حدد نصف المماس لـ C_g في النقطة ذات الأقصول 0 ثم أنشئ C_g