التمرين الأول

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\text{lnx}}{\text{1-lnx}} ; x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2) أ- ادرس اتصال f على اليمين من 0

ب- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين من 0

3) أ- احسب نهايات عند محدات D_f

ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

4) أ- أعط جدول تغيرات الدالة f

ب- حدد نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)

5) أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثاني :

لتكن f دالة معرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x-\dfrac{2x}{\ln x} ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ وليكن (C_f) منحناها في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب نهايات f عند محدات D_f

2) أ- بين أن f دالة متصلة وقابلة للاشتقاق في 0

ب - ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

3) أ- ادرس تغيرات الدالة f وأعط جدول تغيراتها

ب - ادرس تقعر المنحنى (C_f)

4) أ) أنشئ المنحنى (C_f)

ب) حل مبيانيا المتراجحة : $x\left(1-\dfrac{2}{\ln x}\right)+e>0$

التمرين الثالث :

1 [نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=-x^2+1-\ln x$.

أ – احسب : $g(1)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} g(x)$.

ب – احسب $g'(x)$ ، وضع جدول تغيرات g .

ج – حدد إشارة $g(x)$ حيث $x\in IR_+^*$.

2 [نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+1+\dfrac{\ln x}{2x}$.

وليكن (C_f) منحناها في معلم م م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ – احسب : $f(1)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$.

ب – احسب $f'(x)$ ، وضع جدول تغيرات f .

ج – أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta): y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

د – بين أن المستقيم (Δ) مقارب للمنحنى (C_f) .

3] أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*})\ f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

4] أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x+2\ln\left(\dfrac{x^2+3}{4x}\right)$ و (C_f) منحناها في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

3. أ- بين أن : $(\forall x\in D_f)\ \ f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+3x+6)}{x(x^2+3)}$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f

4. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الخامس

نضع $f(x)=ax+5+\dfrac{b}{x+1}+\ln(x+1)$ حيث a , b عددان حقيقيان

1) حدد العددين a , b علما أن (C_f) يقبل في النقطة $A(0,3)$ مماسا يوازي المستقيم $(D)\ y=2x$

2) نأخذ في ما يلي $a=-1$, $b=-2$

أ- أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ- بين أن $f'(x)=-\dfrac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C_f)

5) أ- أحسب مشتقة الدالة $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C_f) و محوري المعلم و المستقيم $x=1$

التمرين السادس

نعتبر الدالتين g المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x+(x-2)\ln x$

1) أ- أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب- أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم أدرس منحى تغيرات الدالة g

2) بين أن $g(x)\le x$ لكل x من $[1,2]$

3) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة كما يلي : $U_0=\sqrt{e}$ و $U_{n+1}=g(U_n)$

أ) بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ 1<U_n<2$

ب) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

ج) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

التمرين السابع

الجزء (1)

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1) أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)=+\infty$

ب- بين أن $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g

2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=1-x(\ln x)^2$

1) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} h(x)$

ب- بين أن $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} h(x)=1$ ضع $t=\sqrt{x}$

2) أ- بين أن $h'(x)=-\ln x(\ln x+2)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة h

ب- بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و أن $\alpha>1$

ج- استنتج إشارة $h(x)$

الجزء (3)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2$

1) أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم $(\Delta)\ y=x$

2) بين أن $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) تحقق أن $f(x)-x=\frac{h(x)}{x}$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta)\ y=x$

5) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha\simeq 2{,}1$)

الجزء (4)

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0=e$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ : \mathrm{U_n}>\alpha$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها