الدوال اللوغاريتمية

تمرين1

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية

a) $f(x)=\dfrac{3x}{1-\ln x}$ $\quad$ b) $f(x)=\ln\left(2x^2-x+3\right)$

c) $f(x)=\ln(\ln x)$ $\quad$ d) $f(x)=\sqrt{1-(\ln x)^2}$

تمرين2

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$\ln(2x-3)+\ln(x+1)=\ln 3 \quad ; \quad \ln(2x-3)(x+1)=\ln 3$

$2\ln(2x-1)-3\ln(1-x)=0 \quad ; \quad \ln|2x-3|+\ln|x+1|=\ln 3$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات

$\ln\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)\succ 0 \qquad \ln\left(-3x^2+x+2\right)\geq 0$

$\ln|x+1|\prec -\ln|3x+5|$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$(\ln x)^3-2(\ln x)^2+3\ln x=0$

$Log_2 x=\dfrac{1}{2}+Log_4(2x+5)+Log_4 2$

$Log_2\left(\sqrt{x+2}\right)+Log_4(x+3)=\dfrac{3}{2}$

4- حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة
$$\begin{cases} Log_x e+Log_y e=\dfrac{3}{2} \\ \ln xy=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

تمرين3

أحسب النهايات التالية

$\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^3 \quad ; \quad \lim\limits_{x\to -\infty} x+\ln\left(x^2+1\right)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^n \quad n\in\mathbb{N}^* \qquad \lim\limits_{x\to 0^+}(\sin x)\ln x$

$\lim\limits_{x\to -\infty}\ln\dfrac{x^2-2x}{x^2+3} \quad ; \quad \lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln\left(x^2+2\right)}{x+2}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} x\ln\left(\dfrac{x-3}{x}\right) \qquad \lim\limits_{x\to +\infty}(\ln x)^2-x$

تمرين4

أدرس قابلية الاشتقاق و حدد $f'(x)$ ي الحالات التالية

1) $f(x)=\ln\dfrac{3+x}{4-x}$; 2) $f(x)=\ln(1-\ln x)$

3) $f(x)=\dfrac{\ln x}{1-(\ln x)^2}$; 4) $f(x)=\ln\left(2x-\sqrt{x+1}\right)$

5)
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1-\ln x} & x\succ 0 \\ f(x)=x-1 & x\leq 0\end{cases}$$

تمرين5

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية f المعرفة بـ $f(x)=\dfrac{2}{x}+\ln\dfrac{x}{2}$

تمرين6

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x$$

1- حدد مجموعة تعريف الدالة f و نهايات f عند محداتها

2- أدرس تغيرات f

3- حل المعادلة $\quad f(x)=0$

4- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الأفصول 1

ثم أنشئ C_f في م.م.م

تمرين7

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية f المعرفة بـ $f(x)=\ln\left|\dfrac{x}{x+1}\right|$

تمرين8

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x)=x(1-\ln x)^2 & x\succ 0 \\ f(0)=0\end{cases}$$

1- حدد D_f و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتصال f على يمين 0

2- أدرس اشتقاق f على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

3- أدرس تغيرات f

4- حدد نقطة انعطاف المنحنى C_f

5- أدرس الفرع اللانهائي ثم أنشئ C_f في م.م.م

تمرين9

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x)=\ln\left|\sqrt{x}-1\right|$

1- حدد D_f أحسب $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \quad ; \quad \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2- أحسب $f'(x)$ لكل x من $D_f-\{0\}$ و أعط جدول تغيرات الدالة f

3- أدرس اشتقاق f على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

4- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f

5- بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف A تحديد إحداثيتيها و أحسب معادلة المماس عند النقطة A

6- حدد نقطة تقاطع المنحنى C_f و محور الأفاصيل التي تختلف عن الأصل

7- أنشئ C_f $\quad$ نأخذ $\ln 2\simeq 0,7$

تمرين10

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$$

1- حدد D_f و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات f

3- حدد نقطة انعطاف المنحنى C_f

4- أدرس الفرعان اللانهائيان ثم أنشئ C_f في م.م.م

5- استعمل C_f لحل المعادلة و المتراجحة التاليتين

$x+\sqrt{1+x^2}=1 \qquad x+\sqrt{1+x^2}\succ 1$

تمرين11

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب:

$$f(x)=x+2+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$$

و C_f المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

2) بين أن النقطة $I(0;2)$ مركز تماثل ل C_f

3) ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^+$

4) أدرس الفروع اللانهائية ل C_f على $\mathbb{R}^+$

5) أنشئ C_f في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$

تمرين12

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة

بما يلي:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln x+1}{1-\ln x} & x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

وليكن C_f تمثيلها المبياني في م م م (الوحدة 2cm)

1) أ – حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.

ب – بين أن متصلة في 0 على اليمين.

ج – ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0 على اليمين وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

2) أ – احسب $f'(x)$ لكل x من D_f.

ب – اعط جدول تغيرات الدالة f

3) أ – بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف I يجب تحديد إحداثيتيها. ثم اكتب معادلة المماس ل C_f عند النقطة I .

ب – أنشيء المنحنى C_f

تمرين13

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\ln(x^3-3x+2)$$

و C_f المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب : $(x-1)^2(x+2)$ ثم استنتج D_f.

2) احسب نهايات f عند محدات D_f.

3) ضع جدول تغيرات f

4) أ. بين أن لكل $x\in]1;+\infty[$ لدينا :

$$f(x)=3\ln x+\ln\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)$$

ب. ادرس الفروع اللانهائية ل C_f.

ت. حدد معادلة المماس ل C_f في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$.

ث. احسب $f(2)$ ثم أنشئ C_f في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$

تمرين14

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$

بما يلي: $$f(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x$$

1) أ. احسب نهايات f عند محدات D_f.

ب. احسب $f'(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$

ت. بين أن الدالة f تزايدية قطعا على $x\in\mathbb{R}_+^*$.

ج. احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.

2) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة

ب: $g(x)=(x-1)\ln x$

و (C_g) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ. حدد D_g حيز تعريف الدالة g. ثم أحسب نهايات g عند محدات D_g.

ب. بين أن : $(\forall x\in D_g): g'(x)=f(x)$

ت. ضع جدول تغيرات الدالة g.

ث. ادرس الوضع النسبي ل (C_g) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$

ج. ادرس الفرعين اللانهائيين ل (C_g).

ح. أنشئ (C_g) في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

تمرين15

I) نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $h(x)=\dfrac{x}{x+1}+\ln(x+1)$

1) حدد D_h ثم احسب نهايات h عند محدات D_h.

2) أ. احسب $h'(x)$ لكل $x\in D_h$ ثم أدرس إشارتها.

ب. ضع جدول تغيرات h ثم استنتج إشارة $h(x)$.

(لاحظ أن $h(0)=0$)

II) . نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=\sqrt{x\ln(x+1)}$

1) . حدد D_f ثم احسب نهايات f عند محدات D_f.

2) .ادرس الفرع اللانهائي ل C_f.

3) أ. ادرس قابلية اشتقاق f في $x_0=0$ ثم أول النتائج هندسيا .

ب. احسب $f'(x)$ لكل $x\in D_f$ و $x\neq 0$

و تحقق أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $h(x)$

ج. ضع جدول تغيرات f

د. أنشئ C_f في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.(نقبل أن f'' موجبة على $]-1;0[$ و سالبة على $]0;+\infty[$).