## التمرين الأول

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $\begin{cases} f(0)=0 \\ f(x)=-x\ln x \quad ; \quad x>0 \end{cases}$

و $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أدرس اتصال و قابلية اشتقاق $f$ على اليمين في $x_0=0$
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
3. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$
4. أدرس تغيرات الدالة $f$ على المجالين $]0,+\infty[$
5. أنشئ المنحنى $(C_f)$
6. . لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_{n+1}=-U_n\ln U_n$ و $U_0=\frac{1}{2e}$

أ- بين أن $1\le U_n\le\frac{1}{e}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- ادرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

ج- استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

## التمرين الثاني

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+-\{1\}$ كما يلي : $f(0)=0$ و $f(x)=x(\ln x-1)+\ln|x-1|$ ; $x\neq 0$

(1) أ- بين أن $f$ متصلة على يمين $x_0=0$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على يمين $x_0=0$

ج- أحسب $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

(2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

(3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{1+(x-1)\ln x}{x-1}$ : $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}-\{1\})$

ب- بين أن $(x-1)\ln x\ge 0$ $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*})$ ثم أدرس رتابة الدالة $f$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة $f$

(4) (أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا في المجال $]2,3[$

ب) أرسم المنحنى $(C_f)$ ( نأخذ $\alpha\simeq 2,4$ )

## التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x)=\ln\left|\sqrt{x}-1\right|$ و $(C_g)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0;\vec{i};\vec{j})$

و $(C_g)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0;\vec{i};\vec{j})$ .

1 ] حدد $D_g$ .

2 ] احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to1} g(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ .

3 ] ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(C_g)$ .

4 ] ادرس قابلية اشتقاق الدالة $g$ في 0 على اليمين و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا .

5 ] احسب $g'(x)$ لكل $x$ من $D_g-\{0\}$ .

6 ] ضع جدول تغيرات g .

7 ] أ) بين أن منحنى الدالة g يقبل نقطة انعطاف $A$ يجب تحديد إحداثيتها .

ب) حدد معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_g)$ في $A$ .

8 ] حدد تقاطع المنحنى $(C_g)$ و محور الأفاصيل .

9 ] أنشئ $(C_g)$ و $(\Delta)$ .    نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$

## التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية المعرفة $f$ على $\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي : $f(x)=\frac{x}{x-1}+\ln|x-1|$

وليكن $(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1 ] أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)$ .

2 ] ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .

3] أ- بين أن : $f'(x)=\frac{x-2}{(x-1)^2}$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}-\{1\}\right)$ .

ب - ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .

4 ] أنشئ المنحنى $(C_f)$ .

5] لتكن $g$ الدالة المعرفة على المجال $[2,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

أ - بين أن $g$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ معرفة على مجال يتم تحديده

ب - أنشئ المنحنى $(C_{g^{-1}})$ .

## التمرين الخامس

I. نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة بما يلي : $h(x)=\frac{2x^2}{x^2-1}+\ln|x^2-1|$

1.حدد $D_h$ ثم أحسب نهايات $h$ عند محدات $D_h$

2.بين أن : $(\forall x\in D_h): h'(x)=\frac{2x(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

3. أعط جدول تغيرات الدالة $h$

4.أستنتج إشارة $h(x)$ لكل $x$ من $D_h$

II. نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x)=x\ln|x^2-1|$ و $(C_f)$ منحناها في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ- حدد $D_f$ ثم أحسب نهايات $f$ عند محدات $D_f$

ب-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة

2. أ-بين أن : $(\forall x\in D_f); f'(x)=h(x)$

ب-أعط جدول تغيرات الدالة $f$

3. أستنتج من خلال دراسة الدالة $h$ إحداثيتي $I$ نقطة انعطاف المنحنى $(C_f)$

4. أ- حل في $D_f$ المعادلة $f(x)=0$

ب- أنشئ المنحنى $(C_f)$