

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الأول

نعتبر المتالية $(U_n)_n$ **المعرفة بـ** $U_0 = 13$ **و** $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

$$\left(\forall n \in \mathbb{N} \right) \quad U_n > 1 \quad \text{بین اف} \quad (1)$$

أدرس دتابة المتتالية (2)

(3) استنتاج أن المتتالية $\left(U_n \right)_n$ متقاربة وحددها نهايتها

٤) نفع $V_n = U_n - 1$ بيد أن الممتالية $(V_n)_n$ هندسية و استنتاج الحد العام U_n بـ **اللة**

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} U_k \quad \text{أحسب بـاللة } n \text{ الجمع} \quad (5)$$

التمرين الثاني

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = -\frac{3}{4} \\ U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{2U_n + 5} \end{array} \right. \quad \text{لنكه } (U_n)_n \text{ متنالية عكعية محروفة بـ:}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n < -\frac{1}{2} \quad \text{بید اف} \quad -1$$

-2 أكاديمية المتابعة - تابعة (U_n)_n

أ- بيد أⁿ (V_n)_n متالية هندسية و أحسب V_n بـ طلاقة n

بـ - جملة الجـ العام U_n بـ اللـ n و أـ جـ سـ

جـ- أحسب الجمع S_n و الجداء P_n بـ λ

التمرين الثالث

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{6U_n - 4}{U_n + 2} \end{cases} \quad \text{متالية عكعكية محرفة بـ } (U_n)$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 2 \text{ بین } -1 \text{ و } 1$$

أ-2- أكمل المثلثات المتساوية

$$\text{نقط} = \frac{2}{U_n - 2}$$

أ- بيد أفع $(V_n)_n$ متالية حسابية وأحسب V_n بـ $\lim_{n \rightarrow \infty}$

بـ- جملة العام U_n بدلالة n و أحسب

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$$

التمرين الرابع

$$2U_{n+1} = U_n + n + 2 \text{ و } U_0 = 3 : \text{متالية بحيث } \left(U_n \right)_{n \in \mathbb{N}} \text{ تكمل}$$

الحل: دلالة U_n هي دالة متزايدة على \mathbb{N}^* ، حيث $U_1 \geq 1$ و $U_n \geq n$ لـ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

❖ استنتج نهاية المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

❖ نضع $V_n = U_n - n$ لـ $n \in \mathbb{N}$

أ- بـ $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$ مـ $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية

بـ استنتاج $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

$$\left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right) U_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n + n$$

جـ أحسب بـ $\sum_{n=0}^{\infty} U_n$ الجـ

www.manti.ift.fr

التمرين الخامس

$$U_{n+1} = \frac{(3n+2)U_n}{6n+10} \quad \text{وـ } U_0 = 1 \quad \text{مـ } (U_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

(1) أحسب U_1 وـ $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$ ثم استنتاج دالة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(2) نضع $V_n = (3n+2)U_n$ لـ $n \in \mathbb{N}$

أ- بـ $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0$ مـ $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية وـ حدـ أساسها

بـ حدـ U_n بـ $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ ثم أحسب نهاية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

التمرين السادس

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ $U_0 = \frac{5}{2}$ وـ $U_{n+1} = \frac{2}{9}U_n^2 + 1$:

(1) بـ $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

(2) بـ $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{9}(U_n - 3)(2U_n - 3)$

(3) استنتاج $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$ مـ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة

(4) أ- بـ $U_{n+1} - 3 \leq \frac{8}{9}(U_n - 3)$

بـ استنتاج $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

التمرين السابع

نعتبر الدالة f بـ $I = \left[0, \frac{1}{2}\right]$ وـ $f(x) = \frac{2x^2}{1+x^3}$:

(1) أ- بـ $f'(x) = \frac{4x(1-x^3)}{(x^3+1)^2}$ وـ f' جـ دـ تـ خـ يـ رـ اـ تـ

بـ $f(I) \subset I$

(2) نعتبر المتـ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المـ $f(U_n)$ وـ $U_0 = \frac{1}{2}$:

أ- بـ $U_n < \frac{1}{2}$

بـ دـ تـ بـ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

جـ- بـين أـن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة و حدـد نهايتها

التمرين الثامن

$$\begin{cases} U_0 = -\frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1-2U_n} \end{cases} \quad \text{لتـكـون } (U_n)_n \text{ متـتـالية عـدـدـيـة مـحـرـفـة بـ:}$$

جـ- بـين أـن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 0$

جـ- أـدرس دـتابـة الـمـتـتـالـيـة $(U_n)_n$

$$3- \text{ نـفـح } V_n = 1 + \frac{1}{U_n} \quad \text{لـكـل } n \text{ مـن } \mathbb{N}$$

جـ- بـين أـن $(V_n)_n$ متـتـالية هـنـدـسـيـة و أـحـسـب V_n بـطـلـة n

بـ- حـدـدـ الـحـدـ الـعـام U_n بـطـلـة n و أـحـسـبـ النـهـاـيـة $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

$$\text{جـ- أـحـسـبـ } S = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \dots + \frac{1}{U_n}$$

التمرين التاسع

$$U_{n+1} = \frac{\left(1 + \sqrt[3]{U_n}\right)^3}{8} \quad \text{و } U_0 = 0 : \quad \text{نـحـتـبـ الـمـتـتـالـيـة } (U_n)_n \text{ المـحـرـفـة بـما يـلـي :}$$

(2) أـ- أـحـسـبـ U_1 و بـين أـن $0 \leq U_n \leq 1$

بـ- أـدرس دـتابـة الـمـتـتـالـيـة $(U_n)_n$ و اـسـتـنـتـجـ أـنـها مـتـقـارـبـة

$$(2) \quad \text{نـفـح } V_n = \sqrt[3]{U_n} - 1 \quad \text{لـكـل } n \text{ طـبـيـعـيـ}$$

أـ- بـين أـن $(V_n)_n$ متـتـالية هـنـدـسـيـة أـسـاسـهـا U_n و أـحـسـبـ $q = \frac{1}{2}$

$$\text{بـ- أـحـسـبـ بـطـلـة } n \text{ الـجـمـعـ } S = \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt[3]{U_k}$$

التمرين الحاشر

$$\text{لـتـكـونـ } (u_n)_n \text{ متـتـالية عـدـدـيـة بـحـيـثـ :} \quad u_{n+1} = \left(1 - u_n\right)^2 + 1 \quad \text{و } u_0 = \frac{3}{2}$$

(1) أـ- بـين أـن $1 < u_n \leq \frac{3}{2}$

بـ- بـين أـن $(u_n)_n$ تـنـاقـصـيـة $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} - u_n = (2 - u_n)(1 - u_n)$ و اـسـتـنـتـجـ أـنـها مـتـقـارـبـة

$$(2) \quad \text{أـ- بـين أـن } \left|u_{n+1} - 1\right| \leq \frac{1}{2} |u_n - 1|$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad |u_n - 1| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

جـ- اـسـتـنـتـجـ أـن $(u_n)_n$ مـتـقـارـبـة و حـدـدـ نهاـيـةـها