

الأستاذ:  
نجيب  
عثمانى

**سلسلة رقم 4: المتاليات العددية**  
المستوى : الثانية باك علوم فизيائية وعلوم الحياة  
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

3. أحسب:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

**تمرين 9:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$$

$$1. \text{ أحسب } v_0 \text{ و } u_1$$

$$2. \text{ بين أن: } u_n \geq 3$$

3. أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$

4. أحسب  $\frac{v_{n+1}}{v_n}$  و استنتاج طبيعة المتالية  $(v_n)$

5. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$$

**تمرين 10:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

$$1. \text{ بين أن: } u_n > 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2. بين أن  $(v_n)$  متالية هندسية وحدد أساسها وحدتها الأولى

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$$

**تمرين 11:** أحسب النهاية التالية :

**تمرين 12:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = 3 + \frac{\sin n}{n^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$$

**تمرين 13:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n + 2(-1)^n \quad \text{استنتاج: } (2) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \quad (1) \quad \text{أحسب: } (1)$$

**تمرين 1:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{n}} + 5 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4}{n^3} - 7 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} + 3$$

**تمرين 2:** حدد من بين المتاليات التالية المتاليات المتقاربة:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} - 7n \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2}{n^2} + \frac{5}{n} + 2 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2}{n} + n$$

**تمرين 3:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( -3 + \frac{1}{n} \right) \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{n}} \right) \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{3n}} - \frac{2}{3n} + \frac{5}{n^2} - 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} - 2n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - 3n - 7}{3n^2 + 5}$$

**تمرين 4:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^3 - 5n^2 + 3n - 1 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{7}{n^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 - 9}{3n + 1} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9n - 3}{3n + 5} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^3 - 2n^5 + 7n - 9$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)^2 - (n-1)^2 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 1}{14n^3 - 5n + 9} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{n^5 + 3n - 4}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n + 2} - \sqrt{n}$$

**تمرين 5:** [حسب النهايات التالية : ]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (-5)^n$$

**تمرين 6:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2})^n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,7)^n$$

$$\quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(5)^n}{(4)^n} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (4)^{-n} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (-2)^n \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (3)^n - \frac{1}{2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3)^n + (2)^n}{(2)^n}$$

**تمرين 7:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n)^{\frac{3}{5}} - (n)^{\frac{1}{3}} + 4$$

**تمرين 8:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{3 + u_n} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{1 + u_n}$$

1. أحسب  $v_n$  و استنتاج طبيعة المتالية  $(v_n)$

2. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

# هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

1. بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \leq 2$
2. أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$  واستنتج أن  $(u_n)$  متقاربة
3. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بـ:
- $$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{على المجال } I = ]-\infty; 2]$$
- أ) بين أن  $I \subset (I)$  و أن  $f$  دالة متصلة على مجال  $I$
- ب) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- تمرين 22:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2+u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$
- و نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$$
1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$
2. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  و استنتاج طبيعة المتالية  $(v_n)$
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{-3n+2}{3n+1}$$
3. بين بالترجع أن :
4. أكتب  $v_n$  بدالة  $n$
5. استنتاج طريقة أخرى لكتابية  $u_n$  بدالة  $n$
- تمرين 23:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$
- و نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي:
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$
- 1(1) أحسب  $u_1$  و  $v_0$  (2) بين أن :
- 3(3) أحسب  $v_{n+1} - v_n$  و استنتاج طبيعة المتالية  $(v_n)$
- 4(4) أكتب  $v_n$  بدالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدالة  $n$
- 5(5) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 6(6) أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$
- تمرين 24:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$
- المعرفة كالتالي :
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1+u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$
- العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :
- $$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$$
1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$  و  $v_1$
2. بين أن  $(v_n)$  متالية هندسية و حدد أساسها  $q$  و حدتها الأولى
3. أكتب  $v_n$  بدالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدالة  $n$
4. أحسب بدالة  $n$  المجموع:  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

**تمرين 14:** نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 2(-1)^n + \frac{4}{3}n^2 + 2$$

(1) بين أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \geq \frac{4}{3}n^2$  (2) استنتاج :

**تمرين 15:** نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 3n + 5\sin n$$

1. بين أن :  $v_n \geq 3n - 5$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$$

**تمرين 16:** نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = -4n + 3\cos n$$

1. بين أن :  $v_n \leq -4n + 3$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$$

**تمرين 17:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

1. بين أن المتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 4

2. أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$

3. ماذا تستنتج ؟

**تمرين 18:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن المتالية  $(u_n)$  مكبورة بالعدد 2

2. أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$

3. ماذا تستنتج ؟

**تمرين 19:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

و نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $v_0$

2. بين أن :  $u_n \geq 2$

3. أدرس رتبة المتالية  $(u_n)$  ماذا تستنتج ؟

4. أحسب  $v_{n+1} - v_n$  و استنتاج طبيعة المتالية  $(v_n)$

5. أكتب  $v_n$  بدالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدالة  $n$

6. أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ثم  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

**تمرين 20:** نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \quad \text{أحسب } v_n = \cos \left( \frac{(0,1)^n + \pi}{(0,1)^n + 4} \right)$$

**تمرين 21:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$u_1 = 1 \quad \text{و } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

**تمرين 31:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

1. بين أن المتالية  $(u_n)$  تنقصية ومصغورة
2. ماذا نستنتج؟

**تمرين 32:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$u_0 = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6}$$

1. بين أن  $0 \leq u_n \leq 3$
2. أدرس رتابة المتالية  $(u_n)$  واستنتج أن  $(u_n)$  مقاربة

$$f(x) = \sqrt{x+6}$$

على المجال  $I = [0, 3]$

- (a) بين أن  $I \subset f(I)$  وأن  $f$  دالة متصلة على مجال  $I$
- (b) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**تمرين 33:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$u_0 = 4 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n}$$

1. بين بالترجع أن  $u_n \geq 1$
2. أدرس رتابة المتالية  $(u_n)$  واستنتاج أن  $(u_n)$  مقاربة.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

**تمرين 34:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$u_0 = \frac{5}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4} u_n + \frac{3}{2}$$

4. بين أن  $u_n \leq 2$
5. أدرس رتابة المتالية  $(u_n)$  واستنتاج أن  $(u_n)$  مقاربة
6. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بـ :

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \quad \text{على المجال } I = [-\infty; 2]$$

- ت(بين أن  $I \subset f(I)$  وأن  $f$  دالة متصلة على مجال  $I$ )
- ث(أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ )

**تمرين 35:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{6x}{x^3 + 4}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. بين أن  $f$  تقابل من  $[0; \sqrt[3]{2}]$  نحو مجال يجب تحديده.

3. نعتبر المتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

أ. بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq u_n \leq \sqrt[3]{2}$ .

ب. بين أن  $(u_n)$  تزايدية و استنتاج أنها مقاربة

و أحسب  $\lim u_n$ .

**تمرين 25:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب  $u_2$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متالية حسابية و حدد أساسها و حدتها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 26:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \frac{1}{u_n}$

1. أحسب  $v_0$  و  $u_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متالية حسابية و حدد أساسها و حدتها الأول

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 27:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$

2. بين أن :  $(v_n)$  متالية حسابية

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 28:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

ونعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

1(بين أن :  $0 \leq u_n \leq 3$ ) 2(أدرس رتابة المتالية  $(u_n)$ )

3(أبين أن  $(v_n)$  متالية هندسية و حدد أساسها و حدتها الأول

4(أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلالة  $n$ )

**تمرين 29:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \quad \text{بين أن : } u_n = \frac{1}{n(3 - \sin n)}$$

**تمرين 30:** نعتبر المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. بين أن  $0 \leq u_n \leq 1$

2. أدرس رتابة المتالية  $(u_n)$  ماذا تستنتج؟