



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم ح. أ + ع. فيزياء



الصفحة

درس : الدوال الأصلية

I. دالة أصلية لدالة عددية:

01. تقديم دالة أصلية لدالة :

- ❖ **نشاط:** لنعتبر الدالة : $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$.
- (1) هل توجد دالة $F(x)$ تحقق ما يلي $F'(x) = f(x)$ ؟
- (2) حاول أن تبحث عن صيغة ل $F(x)$.
- ❖ **مفردات:**

كل دالة $F(x)$ تحقق $F'(x) = f(x)$ تسمى دالة أصلية للدالة $f(x)$

❖ **تعريف**

لتكن f دالة معرفة على مجال I .
نقول إن دالة F هي دالة أصلية للدالة f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I وكان: $\forall x \in I: F'(x) = f(x)$

❖ **أمثلة :**

- (1) دالة أصلية للدالة $f(x) = 4x + 2$ على \mathbb{R} هي $F(x) = 2x^2 + 2x$
- (2) دالة أصلية للدالة $f(x) = \cos x$ على \mathbb{R} هي $F(x) = \sin x$

02. تحديد جميع الدوال الأصلية لدالة f :

- نشاط :** دالة أصلية للدالة $f: x \rightarrow 2x + 3$ على \mathbb{R} هي $F: x \rightarrow x^2 + 3x + c$ من \mathbb{R} ،
هل هناك دالة أخرى $G(x)$ حيث $G(x)$ دالة أصلية للدالة f ؟
- ❖ **خاصية**

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I .
مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على I هي المجموعة المكونة من الدوال التي هي على شكل: $F(x) + c$ مع $c \in \mathbb{R}$

❖ **مثال:**

- نعتبر الدالة $f(x) = 10x - 2$ المعرفة على \mathbb{R} .
- (1) هل الدالة : $F(x) = 5x^2 - 2x + 3$ هي دالة أصلية للدالة $f(x) = 10x - 2$ على \mathbb{R} .
- (2) حدد جميع الدوال الأصلية للدالة f على \mathbb{R} .

03. الدالة الأصلية $G(x)$ حيث: $G(x_0) = y_0$.

- ❖ **نشاط:** لنعتبر الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = 2x + 3$.
- (1) حدد الدوال الأصلية ل f :
- (2) حدد دوال الأصلية G ل f (إذا كان ممكن) حيث $G(1) = 7$.
- (3) كم من دالة تحقق ذلك ؟
- ❖ **خاصية**

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I . ليكن x_0 من I و $y_0 \in \mathbb{R}$.
توجد دالة أصلية وحيدة G للدالة f على المجال I حيث: $G(x_0) = y_0$.



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم ح. أ + ع. فيزياء



الصفحة

درس : الدوال الأصلية

❖ مثال: نحدد الدالة الأصلية للدالة f على \mathbb{R} حيث $f(x) = x^3 - 2x + 3$ و التي تأخذ القيمة -7 عند 0.

04. الاتصال و الدوال الأصلية:

❖ خاصية :

كل دالة متصلة f على مجال I تقبل دالة أصلية F على I .

❖ مثال 1: كل دالة حدودية تقبل دالة أصلية على \mathbb{R} .

❖ مثال 2: كل دالة جذرية تقبل دالة أصلية على مجموعة تعريفها.

❖ مثال 3: $f(x) = \sqrt{x}$ تقبل دالة أصلية على $[0, +\infty[$.

05. دالة أصلية: لمجموع دالتين- جداء دالة في عدد حقيقي α

❖ نشاط:

F دالة أصلية للدالة f على I . G دالة أصلية للدالة g على I .

(1) حدد دالة أصلية لدالة $f + g$.

(2) حدد دالة أصلية لدالة $\alpha \times f$.

❖ خاصية

إذا كانت G و F دالتين أصليتين للدالتين f و g على مجال I على التوالي و $\alpha \in \mathbb{R}$.

▪ $F + G$ هي دالة أصلية لـ $f + g$.

▪ $\alpha \times F$ هي دالة أصلية لـ $\alpha \times f$.

❖ مثال: لنعتبر الدوال: $so(xg) = () = x \times 3x = f(x)$ و

$h(x) = 3x + 2\cos(x)$ أوجد الدوال الأصلية للدوال السابقة.

II. الدوال الأصلية و العمليات: (جدول 1 ورقة التمارين)

الدالة h	دالة الأصلية لـ h هي H
$h = f' + g'$	$H = f + g$
$h = \alpha f'$	$H = \alpha f$
$h = f' \times g + f \times g'$	$H = f \times g$
$h = -\frac{g'}{g^2}$	$H = \frac{1}{g}$
$h = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$	$H = \frac{f}{g}$
$h = f' \times f^n$ مع $n \neq -1$	$H = \frac{1}{n+1} f^{n+1}$
$h = f' \times f^r$ مع $r \neq -1$	$H = \frac{1}{r+1} f^{r+1}$
$h = f' \times g' \circ f$	$H = g \circ f$
$h = f'(ax + b)$ مع $a \neq 0$	$H = \frac{1}{a} f(ax + b)$



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم ح. أ + ع. فيزياء



الصفحة

درس : الدوال الأصلية

III. جدول دوال أصلية لدوال اعتيادية: (جدول 2 ورقة التمارين)

الدالة f	الدوال الأصلية ل f
$f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$	$F(x) = ax + c$
$f(x) = x$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$
$f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$	$F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$	$F(x) = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + c$
$f(x) = \sin(x)$	$F(x) = -\cos(x) + c$
$f(x) = \sin(ax + b) \ a \neq 0$	$F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$
$f(x) = \cos(x)$	$F(x) = \sin(x) + c$
$f(x) = \cos(ax + b) \ a \neq 0$	$F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$
$f(x) = 1 + \tan^2(x)$	$F(x) = \tan(x) + c$
$f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$	$F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$F(x) = -\frac{1}{x} + c$

ملحوظة: C عدد حقيقي .