



I. دالة أصلية لدالة عددية:

01. تقديم دالة أصلية لدالة :

- ❖ نشاط: لنتعتبر الدالة : $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$.
- (1) هل توجد دالة $F(x)$ تحقق ما يلي $F'(x) = f(x)$ ؟
- (2) حاول أن تبحث عن صيغة ل $F(x)$.
- ❖ مفردة:

كل دالة $F(x)$ تحقق $F''(x) = f(x)$ تسمى دالة أصلية لدالة $f(x)$

❖ تعريف

لتكن f دالة معرفة على مجال I .

نقول إن دالة F هي دالة أصلية لدالة f على I إذا كانت F قابلة للاشتتقاق على I وكان: $\forall x \in I : F'(x) = f(x)$

❖ أمثلة:

(1) دالة أصلية لدالة $f(x) = 4x + 2x$ هي $F(x) = 2x^2 + 3x$ على \mathbb{R} .

(2) دالة أصلية لدالة $f(x) = \cos x$ هي $F(x) = \sin x$ على \mathbb{R} .

02. تحديد جميع الدوال الأصلية لدالة f :

نشاط: دالة أصلية لدالة $f(x) = 2x^2 + 3x$ هي $F(x) = x^3 + 3x^2$ على \mathbb{R} من \mathbb{R} .

هل هناك دالة أخرى $G(x)$ حيث G' دالة أصلية لدالة f ؟

❖ خاصية

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I .

مجموعه الدوال الأصلية لدالة f على I هي المجموعه المكونه من الدوال التي هي على شكل: $F(x) + c$ مع $c \in \mathbb{R}$

❖ مثال:

نعتبر الدالة $f(x) = 10x - 2$ المعرفة على \mathbb{R} .

(1) هل الدالة : $F(x) = 5x^2 - 2x + 3$ هي دالة أصلية لدالة f على \mathbb{R} .

(2) حدد جميع الدوال الأصلية لدالة f على \mathbb{R} .

03. الدالة الأصلية $G(x)$ حيث: $G(x_0) = y_0$

نشاط: لنتعتبر الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = 2x + 3$.

(1) حدد الدوال الأصلية ل f :

(2) حدد دوال الأصلية G ل f (إذا كان ممكناً) حيث $G(1) = 7$.

(3) كم من دالة تتحقق ذلك ؟

❖ خاصية

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I . ليكن x_0 من I و y_0 .

توجد دالة أصلية وحيدة G لدالة f على المجال I حيث: $G(x_0) = y_0$.



❖ مثال: نحدد الدالة الأصلية للدالة f على \mathbb{R} حيث $f(x) = x^3 - 2x + 3$ و التي تأخذ القيمة 7 عند 0.

❖ الاتصال و الدوال الأصلية:
❖ خاصية :

كل دالة متصلة f على مجال I تقبل دالة أصلية F على I .

❖ مثال 1: كل دالة حدودية تقبل دالة أصلية على \mathbb{R} .

❖ مثال 2: كل دالة جذرية تقبل دالة أصلية على مجموعة تعريفها.

❖ مثال 3: $f(x) = \sqrt{x}$ تقبل دالة أصلية على $[0, +\infty)$

❖ دالة أصلية: لمجموع دالتين- جداء دالة في عدد حقيقي α .

❖ نشاط:

دالة أصلية للدالة f على I . I . دالة أصلية للدالة g على I .

(1) حدد دالة أصلية لدالة $f + g$.

(2) حدد دالة أصلية لدالة $\alpha \times f$.

❖ خاصية :

إذا كانت G دالتين أصليتين للدالتين f و g على مجال I على التوالي و $\alpha \in \mathbb{R}$.

▪ $f + g$ هي دالة أصلية لـ $f + g$.

▪ $\alpha \times f$ هي دالة أصلية لـ $\alpha \times f$.

❖ مثال: لنعتبر الدوال: $f(x) = 3x$ و $g(x) = \sin(x)$

أوجد الدالة الأصلية للدوال السابقتين.

II. الدوال الأصلية و العمليات:(جدول 1 ورقة التمارين)

| دالة الأصلية لـ h هي | الدالة |
|-----------------------------|---|
| $H = f + g$ | $h = f' + g'$ |
| $H = \alpha f$ | $h = \alpha f'$ |
| $H = f \times g$ | $h = f' \times g + f \times g'$ |
| $H = \frac{1}{g}$ | $h = -\frac{g'}{g^2}$ |
| $H = \frac{f}{g}$ | $h = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$ |
| $H = \frac{1}{n+1} f^{n+1}$ | $n \neq -1$ $h = f' \times f^n$ |
| $H = \frac{1}{r+1} f^{r+1}$ | $r \neq -1$ $h = f' \times f^r$ |
| $H = g \circ f$ | $h = f' \times g' \circ f$ |
| $H = \frac{1}{a} f(ax+b)$ | $a \neq 0$ $h = f'(ax+b)$ |



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم ح. أ + ع. فيزياء



الصفحة

درس : الدوال الأصلية

III. جدول دوال أصلية لدوال اعтикаدية: (جدول 2 ورقة التمارين)

| الدالة f | الدالة f |
|---------------------------------------|---|
| $F(x) = ax + c$ | $f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$ |
| $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$ | $f(x) = x$ |
| $F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$ | $f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$ |
| $F(x) = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$ | $f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$ |
| $F(x) = 2\sqrt{x} + c$ | $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ |
| $F(x) = -\cos(x) + c$ | $f(x) = \sin(x)$ |
| $F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$ | $f(x) = \sin(ax + b) a \neq 0$ |
| $F(x) = \sin(x) + c$ | $f(x) = \cos(x)$ |
| $F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$ | $f(x) = \cos(ax + b) a \neq 0$ |
| $F(x) = \tan(x) + c$ | $f(x) = 1 + \tan^2(x)$ |
| $F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$ | $f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ |
| $F(x) = -\frac{1}{x} + c$ | $f(x) = \frac{1}{x^2}$ |

ملحوظة: c عدد حقيقي.