

تمرين 1:

$$f(x) = (x+1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x حيث :
- أ-) تحقق أن : $D_f =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
 - ب-) احسب نهايات f عند محدودات D_f

- أ-) ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في -1 .

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} : Df =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$$

ج-) اعط جدول تغيرات الدالة f .

-3) ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعدم منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- أ-) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x + 2$ مقارب مائل ل (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
- ب-) انشئ (C) .

تمرين 2:

لتكون الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[-\infty, 4]$ بما يلي :

$$f(x) = x - 4 + 2\sqrt{4-x}$$

(C) هو منحنى الدالة f في معلم متعدم منظم

$$-1) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

-2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار $x_0 = 4$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة.

$$f'(x) = \frac{\sqrt{4-x}-1}{\sqrt{4-x}} : -3) \text{ بين أنه لكل } x \text{ من } [-\infty, 4] \text{ أنه }$$

ب-) ادرس إشارة f' ثم ضع جدول تغيرات f .

-4) ادرس الفرع الالهائي للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

-5) حدد نقط تقاطع المنحنى (C) ومحور الأفاسيل.

-6) اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الأقصول 0.

-7) احسب $f(-5)$ ثم انشئ المستقيم (T) والمنحنى (C) (الوحدة 1cm).

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + x}$$

و (C) منحناها في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- بين أن $] -\infty, -1 [\cup] 0, +\infty [$ هي مجموعة تعريف الدالة f .

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

-2

- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $x = -\frac{1}{2}$ هو محور تماثل ل (C).

$$(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'(x) = -(2x + 1) \left(\frac{1}{(x^2 + x)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x^2 + x}} \right)$$

-4

- ضع جدول تغيرات الدالة f في المجال $]0, +\infty [$.

- حدد الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $+\infty$.

- حل في $]0, +\infty [$ المعادلة $f(x) = 0$.

- أنشئ (C). -8

تمرين 4:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}}$$

(C) منحني f في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

-1 حدد D حيث تعريف f واحسب نهايتي f عند محدى D .

-2 حدد الفروعين اللانهائيين ل (C).

$$f'(x) = x(2x+1)^{-\frac{3}{2}} : D \text{ من } x \text{ لـ } D$$

-3

ب-) حدد جدول تغيرات f .

-4 أ-) احسب $f''(x)$ لـ x من D .

$$b-) \text{ بين أن } A\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \text{ نقطة انعطاف (C).}$$

-5 أنشئ (C) وحدة القياس : .2 cm.

$$I = \left] -\frac{1}{2}, 0 \right]$$

-6

أ-) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده.

ب-) حدد $(g^{-1}(x))$ لـ x من J .

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

تمرين 5:

I - نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x بحيث :

$$h(x) = 3x - 4x\sqrt{x} - \frac{1}{4}$$

- اعط جدول تغيرات الدالة h على \mathbb{R}^+ .

- استنتج أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \quad h(x) \leq 0$

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي :

$$f(x) = (4x - 1)\sqrt{x} - 4x^2 + \frac{1}{2}$$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة : 2 cm

1 - ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة $x_0 = 0$ على اليمين واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

2 - أ-) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+}) \quad f'(x) = \frac{2h(x)}{\sqrt{x}}$

ب-) اعط جدول تغيرات f (لحساب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$).

استعمال المتساوية : $f(x) = x^2 \left(\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} - 4 + \frac{1}{2x^2} \right)$ لكل x من \mathbb{R}^{*+} .

ج-) ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).

3 - ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right]$.

أ-) بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يتم تحديده.

ب-) استنتاج أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حالاً واحداً α ثم تحقق من أن $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{4}$

4 - انشئ في نفس المعلم R المنحنى (C) الممثل للدالة f والمنحنى (Γ) الممثل للدالة العكسية g^{-1} للدالة g (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أقصولها $\frac{1}{4}$).

تمرين 6:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[-\infty, -1] \cup [1, +\infty]$ كما يلي :

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم.

1 - حدد نهاية f عند $+\infty$ ونهايتها عند $-\infty$.

2 - أ-) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1 وعلى اليسار في -1 واعط تأويلا هندسيا للنتيжеتين.

ب-) حدد الدالة المشتقة للدالة f .

ج-) بين أن $f'(x) > 0$ لكل x من $[1, +\infty]$ وأن $f'(x) < 0$ لكل x من $[-1, 1]$.

د-) ضع جدول تغيرات f .

3 - أ-) بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

ب-) انشئ المنحنى (C).

4 - ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty]$.

أ-) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال ينبغي تحديده.

ب-) انشئ المنحنى الممثل للدالة g^{-1} في المعلم أعلاه.

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

تمرين 7

$$f(x) = 2x - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x}$$

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

و (C) منحناها في معلم متعمد منظم (O, \bar{i}, \bar{j})

- أ-) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

~~ب-) بين أن الدالة f فردية . نأخذ~~ $I =]0, +\infty[$ مجال دراسة الدالة f .

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- احسب

$$f(x) - (2x - 1) = \frac{-3}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})} \quad : \quad \text{أ-) بين أنه لكل } x \text{ من } I :$$

ب-) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادته $y = 2x - 1$ مقارب مايل بجوار $+\infty$.

ج-) حدد وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) على I .

$$f'(x) = 2 + \frac{3}{x^2 \sqrt{x^2 + 3}} \quad : \quad \text{أ-) بين أنه لكل } x \text{ من } I :$$

ب-) ضع جدول تغيرات الدالة f على I .

- 5 - أ-) حدد نقطة تقاطع (C) مع محور الأفاسيل على المجال I . ثم اعط معادلة المماس للمنحنى (C) في هذه النقطة.

ب-) نقل أن إشارة (\bar{x}) هي عكس إشارة x لكل x من D . وأن قيمة مقربة للعدد

الموجب α الذي يحقق $f(\alpha) = \alpha$ هي 1,52 . أنشئ (C) . (نأخذ $\|\bar{i}\| = \|\bar{j}\| = 2\text{cm}$)

معلا إنشاءك على المجال $[-\infty, 0]$.

- 6 - ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0, +\infty[$.

- أ-) بين أن g تقابل من I نحو مجال ينبغي تحديده.

ب-) أنشئ (C') منحنى g^{-1} الدالة العكسية للدالة g (في نفس المعلم).

تمرين 8

$$f(x) = 2\sqrt{(x+2)(x-3)} \quad : \quad \text{لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة على } [-2, +\infty[$$

- أ-) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{f(x)}{x-3} \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{f(x)}{x-3} \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} \frac{f(x)}{x+2}$$

- أ-) بين أن إشارة (x') على $[1-2x, 3]$ هي إشارة $(1-2x)$ ، وأن f' موجبة قطعا على $[3, +\infty[$.

ب-) اعط جدول تغيرات الدالة f .

- 3 - ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد منظم (O, \bar{i}, \bar{j})

ول يكن (D) المستقيم ذا المعادلة $y = 2x - 1$.

- أ-) بين أن المستقيم (D) مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

ب-) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على المجال $[3, +\infty[$.

ج-) ارسم (C) .

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

تمرين 9:

- نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :
- 1 حدد D مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2 بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ وأول النتيجة هندسيا.
- 3 ادرس قابلية اشتقاق f في $x=2$ على اليسار و في $x=0$ على اليمين.
- 4 أ-) بين أنه لكل x من $[0, +\infty]$ لدينا : $f'(x) = \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{x^2+2x}}$
- ب-) استنتج أن f تزايدية قطعا على $[-\infty, -2] \cup [0, +\infty]$ وتناصبية قطعا على $[-2, 0]$.
- 5 ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j})
- أ-) بين أن المستقيم $y = 2x + 1$ مقارب لمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
- ب-) أنشئ (C) .
- 6 ليكن g قصور الدالة f على $[0, +\infty]$
- أ-) بين أن g تقابل من \mathbb{R}^+ نحو مجال J ينبغي تحديده.
- ب-) لكل x من J حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x .

تمرين 10:

- وليكن (C) منحناها في معلم متعمد منظم (o, \vec{i}, \vec{j})
- a-1 حدد D حيث تعريف الدالة f .
- b-احسب كلا من النهايات التالية :
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- a-2 تتحقق من أن :
- $$\forall x \in D : f(x) - \left(\frac{x+1}{2x}\right) = \frac{x+1}{2x} \left(\frac{27}{\sqrt{x^2+27}+x}\right)$$
- b- استنتاج أن المستقيم (Δ_1) مقارب مائل ل (C) بجوار $+\infty$
- C- بين أن $\Delta_2 : y = -\frac{x+1}{2}$ مقارب مائل ل (C) بجوار $-\infty$
- a-3 بين أن $\Delta_3 : f'(x) = \frac{x^3-27}{2x^2\sqrt{x^2+27}}$ لكل x من D .
- b- تتحقق من أن f تزايدية على المجال $[0, +\infty]$ وتناصبية على كل من المجالين $[-\infty, 0]$ و $[3, +\infty]$.
- c- اعط جدول تغيرات الدالة f .
- a-4 - حدد تقاطع (C) مع محور الأفاسيل.
- b- نقبل أن $A(x_0, y_0)$ حيث $x_0 \approx -5,2$ و $y_0 \approx 2,9$ هي نقطة الانعطاف الوحيدة لمنحنى (C) وأن $f'(x_0) = 0$ سالبة على المجال $[x_0, 0]$ و موجبة على كل من المجالين $[-\infty, x_0]$ و $[0, +\infty]$. نأخذ $\|i\| = \|j\| = 1\text{cm}$. أنشئ C .