

~ الثانية علوم تجريبية ~

سلسلة الاشتقاق

[7 تمارين محلولة]

التمرين 1:

أدرس قابلية اشتقاق f في العدد a ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة :

$$f(x) = x^3 + 1 \quad a = 2 \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad a = 1^+ \quad (2)$$

التمرين 2:

أحسب مشتقة الدالة f في الحالات التالية : (غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق)

$$f(x) = 6x - \sqrt{7} \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 - \frac{5}{2}x \quad (2)$$

$$f(x) = x \cdot \sin x \quad (3)$$

$$f(x) = (\cos x)^4 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} \quad (5)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 7} \quad (6)$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad (7)$$

$$f(x) = \cos(x^3) \quad (8)$$

$$f(x) = \tan(4x) \quad (9)$$

التمرين 3:

أحسب مشتقة الدالة f في الحالات التالية : (غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق)

$$f(x) = \sqrt[3]{3x+1} \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \quad (2)$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x} \quad (3)$$

$$f(x) = \left(\sqrt[3]{x}\right)^5 \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{x} \quad (5)$$

التمرين 4:

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 + x$

(1) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

(2) تحقق أن : $f^{-1}(2) = 1$

(3) بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في 2

(4) أحسب : $(f^{-1})'(2)$

التمرين 5:

لتكن f الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} - 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{4} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

1. أدرس اتصال f في 1

2. أدرس اشتقاق f في 1

3. أول النتائج هندسيا

التمرين 6:

أحسب مشتقات الدوال التالية : (غير مطلوب دراسة قابلية للاشتقاق)

$$(1) \quad f(x) = x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 5x - 4$$

$$(2) \quad f(x) = (2x + 1)\sqrt{x}$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 3}$$

$$(4) \quad f(x) = (4 - 3x)^3$$

$$(5) \quad f(x) = \frac{4}{(x^2 - 1)^3}$$

$$(6) \quad f(x) = \sqrt{2x^2 - 3x + 1}$$

$$(7) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$$

$$(8) \quad f(x) = \sin^4 x - \cos^2 x$$

$$(9) \quad f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(10) \quad f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$$

$$(11) \quad f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$$

التمرين 7:

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 - 3x - 3$

1. أدرس تغيرات f على $\mathbb{R}$
2. ليكن g قصور f على المجال $[1, +\infty[$
 - أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده نحو $[1, +\infty[$
 - ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $[1, +\infty[$ ثم تحقق أن $2 < \alpha < 3$
3. بين أن : $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2 - 1)}$