1. قابلية اشتقاق الدالة f في عدد :

سؤال: أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في العدد x_0

الإجابة: نحسب $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ وهناك احتمالان:

ان وجدت النتيجة عبارة عن عدد فإن f قابلة للاشتقاق في العدد x_0
و اذا وجدت النتيجة هي: $\pm\infty$ فإن f غير قابلة للاشتقاق في العدد x_0

نلخص ما سبق في الجدول التالي مرفوق بالتأويلات الهندسية

قابلية الاشتقاق في العدد x_0

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} =$$

عدد $= f'(x_0)$		∞
f قابلة للاشتقاق في العدد x_0		f غير قابلة للاشتقاق في العدد x_0

التأويل الهندسي

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} =$$

$f'(x_0) \neq 0$	0	∞
(Cf) يقبل مماس في النقطة $A(x_0, f(x_0))$ معادلته : $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$	(Cf) يقبل مماس **أفقي** في النقطة $A(x_0, f(x_0))$ معادلته: $y = f(x_0)$	(Cf) يقبل مماس **عمودي** في النقطة $A(x_0, f(x_0))$

معادلة نصف مماس

$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l \neq 0$ علما أن l يسمى العدد المشتق اليمين نرمز له ب $f_d'(x_0)$ (Cf) يقبل نصف مماس على يمين النقطة $A(x_0, f(x_0))$ معادلته : $y = f_d'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$	$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l \neq 0$ علما أن l يسمى العدد المشتق اليسار نرمز له ب $f_g'(x_0)$ (Cf) يقبل نصف مماس على يسار النقطة $A(x_0, f(x_0))$ معادلته : $y = f_g'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
$\lim_{x \to x_0^\pm} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$ (Cf) يقبل نصف مماس على (يمين أو يسار) النقطة $A(x_0, f(x_0))$ معادلته : $y = f(x_0)$	$\lim_{x \to x_0^\pm} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \pm\infty$ (Cf) يقبل نصف مماس على (يمين أو يسار) النقطة $A(x_0, f(x_0))$ موجه نحو (الأعلى أو الأسفل)

2. المعادلة الديكارتية لمماس لمنحنى f في عدد

سؤال : بين أن $y = ax+b$ معادلة ديكارتية للمستقيم المماس لمنحنى الدالة في النقطة التي أفصولها x_0

جواب : نحسب $f(x_0)$ ثم $f'(x_0)$ ثم نعوض في : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

سؤال : أول هندسيا $f'(x_0) = 0$

جواب : نقول أن (C_f) يقبل مماس أفقي في النقطة $A(x_0, f(x_0))$

3. قواعد الاشتقاق

الحدوديات

الدالة	المشتقة	قابلية الاشتقاق:
$a \quad / (a \in \mathbb{R})$	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
ax	a	$\mathbb{R}$
x^n	$n.x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$u(x)^n$	$n(u(x)^{n-1}).(u(x)')$	$\mathbb{R}$

- الدوال الجذرية
- الدوال لا جذرية
- الدوال المثلثية

الدالة	المشتقة	قابلية الاشتقاق:
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{u(x)}$	$\frac{-u(x)'}{u(x)^2}$	مجموعة تعريفها
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$\sqrt{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	مجموعة تعريفها
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(u(x))$	$-u'(x) \times \sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(u(x))$	$u'(x) \times \cos(x)$	$\mathbb{R}$

- الدالة اللوغاريثمية
- الدالة الأسية

الدالة	المشتقة	قابلية الاشتقاق:
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
$\ln(u(x))$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	مجموعة تعريفها
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$e^{u(x)}$	$u'(x)e^{u(x)}$	$\mathbb{R}$

- العمليات

الدالة	المشتقة
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$u(x)^n$	$n \times u(x)^{n-1} \times u(x)'$
$u(x) \times v(x)$	$u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{v(x)^2}$