

النهايات والاتصال

تمرين 1:

حدد العدد a علما أن f متصلة في x_0 في كل من الحالات التالية:

$$1) \begin{cases} f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 27}{x - 3} ; x_0 = 3 \\ f(3) = a \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} ; x_0 = 1 \\ f(1) = a \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} f(x) = \frac{2 \tan(x) + \sin(x)}{x} ; x_0 = 0 \\ f(0) = a \end{cases}$$

تمرين 2:

(1) رتب الأعداد التالية ترتيبا تزايديا: $\sqrt[3]{28}$; $\sqrt[4]{15}$; $\sqrt[6]{80}$; $\sqrt{13}$; $\sqrt[12]{100}$
(2) اكتب مقامات الأعداد التالية على شكل عدد جذري:

$$1) \frac{1}{\sqrt[3]{3}-1} \quad 2) \frac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}} \quad 3) \frac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}+1}$$

$$4) \frac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}} \quad 5) \frac{10^{\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{-4}{3}}}{5 \times 4^{\frac{7}{3}}}$$

تمرين 3:

حدد نهايات الدالة $f: x \mapsto \frac{\sqrt[3]{x^2-x} - \sqrt[3]{x^3+6x-7}}{x-1}$ عند $+\infty$ و 1^+ .

تمرين 4:

احسب نهاية الدالة f عند النقطة x_0 في كل من الحالات التالية:

$$1) f(x) = \frac{x - \sqrt{x+6}}{\sqrt{4x+1}-3} ; x_0 = 3 \quad 2) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x} ; x_0 = 0$$

$$3) f(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt[3]{x+1}-1} ; x_0 = 0 \quad 4) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}} ; x_0 = a > 0$$

تمرين 5:

احسب النهايات التالية:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[4]{x}-1)^2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^3+1}-1}{\sqrt{x^2+1}-1} \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}} \sqrt[12]{x}$$

تمرين 6:

(1) حدد العددين الحقيقيين a و b لكي يكون لدينا $x^3 - 3x - 18 = (x-3)(x^2 + ax + b)$

(2) نضع $t = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$

(a) بين أن t حل للمعادلة $x^3 - 3x - 18 = 0$ (يمكن استعمال $(u+v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$)

(b) استنتج أن $t=3$.