



درس رقم

تمارين : الاتصال



الصفحة

**.01**

أدرس اتصال الدالة  $f$  في  $x_0$  ؟ ( وذلك في النقطة  $x_0$  إذا كان ذلك ممكنا و إذا لم يكن ممكن على اليمين أو اليسار ) .

$$x_0 = 1 \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} ; x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \\ f(1) = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad .02 \quad x_0 = 2 \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{(x-2)(x^2+1)}{x^2-3x+2} ; x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \\ f(2) = 5 \end{cases} \quad .01$$

$$x_0 = -1 \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} ; x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \\ f(1) = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad .04 \quad x_0 = 4 \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}} ; x \in [2, +\infty[ \setminus \{4\} \\ f(4) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases} \quad .03$$

$$x_0 = \pi \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{1+\cos x}{\sin x} ; x \in ]-\pi, \pi[ \\ f(x) = x + \frac{\sqrt{x^2-\pi^2}}{x} ; x \in ]-\infty, -\pi] \cup [\pi, +\infty[ \end{cases} \quad .06 \quad x_0 = 1 \text{ مع } \begin{cases} f(x) = \frac{\sin(x^2-1)}{\sqrt{x}} ; x > 1 \\ f(x) = \frac{2\sin(x-1)}{x-1} ; x < 1 \\ f(1) = 2 \end{cases} \quad .05$$

**.02**

$$\begin{cases} f(x) = x + a\sqrt{x^2+x+1} ; x \leq 0 \\ f(x) = x^2 - x ; 0 < x \leq 1 \\ f(x) = bx - \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2} ; x > 1 \end{cases} \quad \text{تكن } f \text{ الدالة العددية للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة ب:}$$

**.01** حدد  $a$  و  $b$  لكي تكون  $f$  متصلة في  $0$  و  $1$  .

**.02** أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

**.03**

هل يمكن تمديد بالاتصال الدوال التالية في النقطة  $x_0$  .

$$x_0 = 0 \text{ في } f(x) = \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{x} \quad .02 \quad x_0 = -\frac{1}{2} \text{ في } f(x) = \frac{2x^2-x-1}{2x+1} \quad .01$$

x	$-\infty$	-5	0	1	3	10	$+\infty$
f(x)	1		3		3		$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		-5		-10		2	

**.04**

نعتبر الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  متصلة و جدول تغيراتها كالتالي :



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم فيزياء + 2 ع. ح. أ.



الصفحة

تمارين : الاتصال

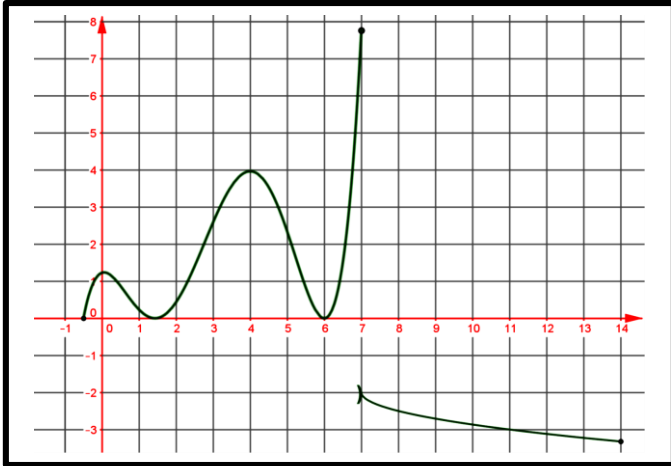
01. ما هو عدد حلول المعادلة :  $x \in \mathbb{R} / f(x) = 0$  .

02. ما هو عدد حلول المعادلة :  $x \in [0,10] / f(x) = 2$  .

03. حدد حل المعادلة :  $x \in \mathbb{R} / f(x) = -10$  .

04. حدد صور المجالات التالية بواسطة  $f$  :  $]-\infty, 0]$  و  $]-5, 3]$  و  $[1, 3[$  و  $[3, 10[$  و  $]0, +\infty[$  و  $\mathbb{R}$  .

05. هل الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية من المجال  $I$  إلى  $f(I)$  . أ-  $I = ]-\infty, -5]$  ب-  $I = ]-\infty, 0[$  ج-  $I = [1, 3]$  .



05.

تكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $[-0,5;14]$  والشكل التالي يمثل منحنىها .

01. أعط نص أو منطق مبرهنة القيم الوسيطة .

02. أوجد مجالين حيث يمكن تطبيق مبرهنة القيم الوسيطة مع توضيح ذلك .

03. أوجد مجال حيث لا يمكن تطبيق مبرهنة القيم الوسيطة مع توضيح ذلك .

04. هل يمكن إيجاد عدد وحيد  $\beta$  حيث  $f(\beta) = 6$  مع توضيح ذلك ؟ . أعط تأطير ل  $\beta$  .

06.

لنعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x) = x^2 \cos^5 x + x \sin x + 1$  .

01. أحسب :  $f(0)$  و  $f(\pi)$  ثم بين أن المعادلة :  $x^2 \cos^5 x + x \sin x + 1 = 0$  تقبل حل الأقل حل على  $\mathbb{R}$  .

07.

لنعتبر  $f$  الدالة المعرفة على  $[0,2]$  بما يلي :  $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$  .

01. باستعمال دروس السنة الماضية أو باستعمال البرنامج **geogebra** ( أو برنامج آخر مثل **Cabri2+** ) أنشئ منحنى ثم استنتج أن  $f$  هي تقابل من  $[0,2]$  نحو  $J$  حدده مبياناً .

02. أنشئ في نفس المعلم منحنى الدالة العكسية  $f^{-1}$  .

03. حدد  $f^{-1}$  الدالة العكسية ل  $f$  .

08.

لنعتبر  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  الدالة المعرفة ب :  $f(x) = (x-4)^2 + 2$  .

01.

أحسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم فيزياء + 2 ع. ح. أ



الصفحة

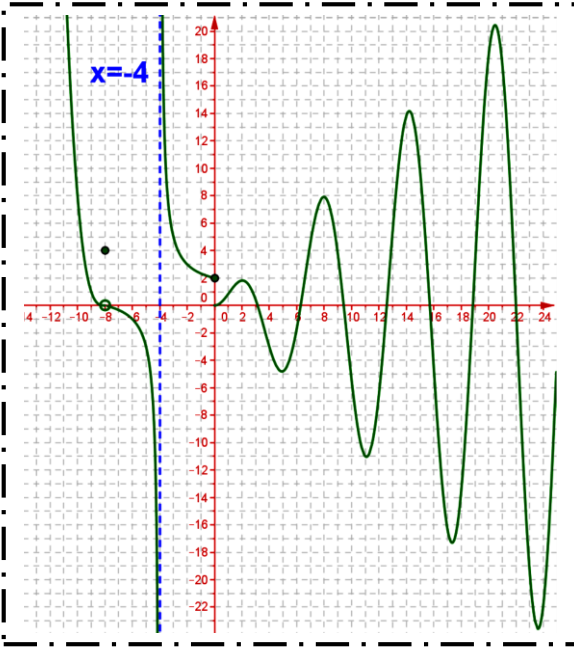
تمارين : الاتصال

ب- أدرس اتصال الدالة على المجموعة  $\mathbb{R}$ .

02. بين أن : الدالة  $f$  تناقصية قطعاً على  $I = ]-\infty, 4]$

03. نعتبر  $g$  قصور الدالة  $f$  على  $I = ]-\infty, 4]$  بين أن :  $g$  تقابل من  $I$  إلى مجال  $J$  يتم تحده.

04. حدد للدالة العكسية  $g^{-1}$  للدالة  $g$ .



09.

نعتبر الدالة العددية  $f$  التي منحناها هو:

01. حدد مبيانيا  $D_f$  مجموعة تعريف  $f$ .

02. استنتج مبيانيا:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ؛  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ؛  $\lim_{x \rightarrow -8} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ماذا يمكن أن نقول عن نهاية  $f$  عند  $+\infty$ .

03. أ- هل  $f$  متصلة على يمين 0 ؟ على يسار 0 ؟ : متصلة في  $x_0 = 0$  ؟

ب- أعط جدول تغيرات  $f$   $]-4; 3]$ .

04. ليكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = ]-4; 0]$

أ- بين أن :  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  من  $J$  إلى  $I$  مع تحديد  $J$  مبيانيا.

ب- أنشئ  $(C_{g^{-1}})$  منحنى  $f$  في نفس المعلم.

10.

نضع :  $a = \sqrt[3]{41\sqrt{5} + 54\sqrt{3}}$  و  $b = \sqrt[3]{54\sqrt{3} - 41\sqrt{5}}$

01. باستعمال المحسبة ( الآلة الحاسبة ) هل  $ab$  هو  $\frac{1}{3}$  ؛ 1 ؛ 7 ؛  $\frac{7}{3}$ .

11.

01. بين أن: و  $6 = \sqrt[4]{3} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[12]{3^9} \times 2^8$  و  $\sqrt{3} = \frac{(\sqrt[5]{3^9})^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \sqrt{27} \times 3^{\frac{5}{2}}}{\sqrt[6]{3} \times \sqrt{3}}$ . اجعل المقام عدد جذري :  $\frac{2}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1}$ .

12.

01. حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3}$  ؛  $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x+3)}$  ؛  $f(x) = \sqrt[3]{9-x^2} - \sqrt[3]{x+1}$ .

13.

01. نعتبر المعادلة التالية:  $\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{x+2} + 3 = 0$  : (E). حدد مجموعة تعريف المعادلة (E). ثم حل المعادلة (E).



درس رقم

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 2 علوم فيزياء + 2 ع. ح. أ



الصفحة

تمارين : الاتصال

14.

أحسب النهايات التالية :

01.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x + 1} - \sqrt[4]{x^5 + 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\sqrt[3]{x} - 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt[6]{4 - x}}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[5]{x^4 + 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x + 1}$

02.  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt[4]{x^5 + 1}}{x + 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{x + 2} - \sqrt[4]{3x - 2}}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{x^2}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x + 1} - x$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$

15.

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة ب:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1 - x} & ; x < 0 \\ \frac{1}{1 + \sqrt{x}} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

01. أحسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وأول مبياني النتيجة .

02. أدرس اتصال  $f$  في النقطة  $x_0 = 0$  .

16.

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$  .

01. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  .

02. ادرس زوجية الدالة  $f$  على  $D_f$  .

03. أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .

04. أحسب :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$  . أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .