

الصفحة	1	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2019 -الموضوع-	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي
3	المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه		
♦♦		NS22	

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الصفحة	2	NS22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2019 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	
3				
التمرين الأول (3 نقط):				
في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1, -1, -1)$ و $B(0, -2, 1)$ و $C(1, -2, 0)$				
1	0.75	(أ) بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$		
	0.5	(ب) استنتج أن $x + y + z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)		
2		(2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 1 = 0$		
	0.75	بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2, -1, 1)$ و أن شعاعها هو $R = \sqrt{5}$		
3	0.5	(أ) أحسب $d(\Omega, (ABC))$ مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC)		
	0.5	(ب) استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) (تحديد مركز وشعاع (Γ) غير مطلوب)		
التمرين الثاني (3 نقط):				
1	0.75	(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$		
2		(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C و D التي أحاقها على التوالي هي: $a = 1 - i\sqrt{3}$ و $b = 2 + 2i$ و $c = \sqrt{3} + i$ و $d = -2 + 2\sqrt{3}$		
	0.5	(أ) تحقق أن $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$		
	0.25	(ب) استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية.		
3		(3) ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$		
	0.5	تحقق أن $z' = \frac{1}{2}az$		
4		(4) لتكن H صورة النقطة B بالدوران R ، و h لحقها، و P النقطة التي لحقها p حيث $p = a - c$		
	0.5	(أ) تحقق أن $h = ip$		
	0.5	(ب) بين أن المثلث OHP قائم الزاوية و متساوي الساقين في O		
التمرين الثالث (3 نقط):				
يحتوي صندوق على عشر كرات: ثلاث كرات خضراء و ست كرات حمراء و كرة واحدة سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس.				
نسحب عشوائيا و تأنيا ثلاث كرات من الصندوق.				
نعتبر الأحداث التالية: A: "الحصول على ثلاث كرات خضراء"				
و B: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"				
و C: "الحصول على كرتين على الأقل من نفس اللون"				
1	2	(1) بين أن: $p(A) = \frac{1}{120}$ و $p(B) = \frac{7}{40}$		
	1	(2) أحسب $p(C)$		

الصفحة 3	NS22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2019 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	
3			
المسألة (11 نقطة) : الجزء الأول :			
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 1cm)			
0.5	1	احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا	
0.25	2	(أ) تحقق أن لكل x من المجال $]0, +\infty[$: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$	
0.5		(ب) استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
0.5		(ج) بين لكل x من المجال $]0, +\infty[$: $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$ ثم استنتج أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$	
0.75		(د) بين أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيميا بجوار $+\infty$ اتجاهه المقارب المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$	
0.5	3	(أ) بين أن لكل x من $]0, 1[$: $(x-1) + \ln x \leq 0$ و أن لكل x من $[1, +\infty[$: $(x-1) + \ln x \geq 0$	
1		(ب) بين أن لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$	
0.5		(ج) ضع جدول تغيرات الدالة f	
0.5	4	(أ) بين أن $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$	
0.5		(ب) استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يتم تحديد زوج إحداثياتها	
0.5	5	(أ) بين أن لكل x من $]0, +\infty[$ ، $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ ، و استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)	
1		(ب) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$	
0.5	6	(أ) بين أن الدالة $H : x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$	
0.75		(ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$	
0.5		(ج) احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$ و $x = 1$	
الجزء الثاني :			
لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$			
0.5	1	(أ) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq e$	
0.5		(ب) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية	
0.5		(ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة	
0.75	2	أحسب نهاية المتتالية (u_n)	