المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⴰⵡⴰⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{16}u_n+\frac{15}{16}$ لكل n من IN

1) أ- بين بالترجع أن $u_n>1$ لكل n من IN — 0.5

ب- تحقق من أن $u_{n+1}-u_n=-\frac{15}{16}(u_n-1)$ لكل n من IN ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . — 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . — 0.25

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n=u_n-1$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ و اكتب v_n بدلالة n — 1

ب- بين أن $u_n=1+\left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) — 0.75

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(1,3,4)$ و $B(0,1,2)$

1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ — 0.5

ب- بين أن $2x-2y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) . — 0.5

2) لتكن الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-6x+6y-6z+2=0$ — 0.5

بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(3,-3,3)$ و شعاعها 5

3) أ- بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) — 0.75

ب- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (OAB) و الفلكة (S) — 0.75

التمرين الثالث: (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+41=0$ — 0.75

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث $a=4+5i$ و $b=3+4i$ و $c=6+7i$ و $\omega=4+7i$

أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية . — 0.75

ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ — 0.75

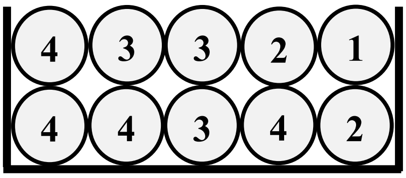
بين أن $z'=-iz-3+11i$

ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$ — 0.75

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4

(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين ". 1

بين أن : $p(A)=\dfrac{1}{3}$

2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة . 2

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

بين أن $p(X=1)=\dfrac{4}{9}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة : (8 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\dfrac{2}{x}-1+2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

1) احسب $g(1)$ 0.25

2) استنتج انطلاقا من الجدول أن: $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$ 0.75

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة . 0.75

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (لحساب النهاية يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x\left[\dfrac{3}{x}-3+2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\ln x\right]$) 0.5

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$ 0.5

3) أ- بين أن $f'(x)=g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ 0.75

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ 0.75

4) أ- بين أن $I(1\ ,\ 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) 0.5

ب- بين أن $y=x-1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة I 0.25

ج- أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) و المنحنى (C) 0.75

5) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\displaystyle\int_1^2 (x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$ 0.75

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$ 0.5

6) حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1)\ln x\geq\dfrac{3}{2}(x-1)$; $x\in]0,+\infty[$ 0.5