هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح التمرين الأول

1) لدينا : $\vec{u}(1,1,-1)$ متجهة منظمية للمستوى $(P)$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى $(P)$ تكتب على شكل : $(1).x+(1).y+(-1).z+d=0$

و بما أن $A(2,1,0)\in(P)$ فإن : $(1).(2)+(1).(1)+(-1).(0)+d=0$ أي : $d=-3$

و منه معادلة للمستوى $(P)$ هي : $x+y-z-3=0$

2) **طريقة 1:**

بما أن $(S)$ هي مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

فإن $(S)$ هي الفلكة التي أحد أقطارها $[AB]$

و منه $\Omega$ مركز الفلكة $(S)$ هو منتصف القطعة $[AB]$ أي :

$$\begin{cases} x_\Omega=\dfrac{(2)+(-4)}{2}=-1 \\ y_\Omega=\dfrac{1+1}{2}=1 \\ z_\Omega=\dfrac{0+0}{2}=0 \end{cases}$$

أي $\Omega(-1,1,0)$ هي مركز الفلكة $(S)$.

و شعاعها $R$ هو : $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(-4-2)^2+(1-1)^2+(0-0)^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{36}}{2}=\dfrac{6}{2}=3$

**طريقة 2:**

لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء

لدينا : $\overrightarrow{MA}(2-x,1-y,-z)$ و $\overrightarrow{MB}(-4-x,1-y,-z)$

$$\begin{aligned} M(x,y,z)\in(S) &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0 \\ &\Leftrightarrow (2-x)(-4-x)+(1-y)(1-y)+(-z)(-z)=0 \\ &\Leftrightarrow x^2+2x+y^2-2y+1+z^2=8 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2+z^2=9 \\ &\Leftrightarrow (x-(-1))^2+(y-(1))^2+(z-(0))^2=(3)^2 \end{aligned}$$

و منه $(S)$ هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(-1,1,0)$ و شعاعها 3

3) أ- $d(\Omega,(P))=\dfrac{|(-1)+(1)-(0)-3|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(-1)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

بما أن $d(\Omega,(P))<R$ فإن $(P)$ يقطع $(S)$ وفق دائرة $(C)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



ب- $H$ مركز الدائرة $(C)$ هي المسقط العمودي للنقطة $\Omega$ على المستوى $(P)$ أي هي نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ المار من $\Omega$ و العمودي على المستوى $(P)$

لدينا : $\vec{u}(1,1,-1)$ متجهة منظمية للمستوى $(P)$ و $(\Delta)\perp(P)$

إذن $\vec{u}(1,1,-1)$ هي متجهة موجهة للمستقيم $(\Delta)$ و لدينا $\Omega(-1,1,0)\in(\Delta)$

إذن تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$ هو : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=(-1)+t(1)=-1+t \\ y=(1)+t(1)=1+t \\ z=(0)+t(-1)=-t \end{cases}$

و بالتالي مثلوث إحداثيات $H$ هو حل للنظمة : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+t \\ z=-t \\ x+y-z-3=0 \end{cases}$

أي : $\begin{cases} x=-1+1=0 \\ y=1+1=2 \\ z=-1 \\ t=1 \end{cases}$ و منه $H(0,2,-1)$ **هي** مركز الدائرة $(C)$.

(4

✓ لدينا $\overrightarrow{OH}(0,2,-1)$ و $\overrightarrow{OB}(-4,1,0)$

$$\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}0 & -4\\ -1 & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}0 & -4\\ 2 & 1\end{vmatrix}\vec{k}=\vec{i}+4\vec{j}+8\vec{k}$$

✓ مساحة المثلث $OHB$ :

$$S_{(OHB)}=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}\right\|=\frac{1}{2}\times\sqrt{(1)^2+(4)^2+(8)^2}=\frac{\sqrt{81}}{2}=\frac{9}{2}$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح التمرين الثاني

I.

1)

$$\begin{aligned}|a| &= \sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}\\ &= \sqrt{4+4\sqrt{2}+2+2}\\ &= \sqrt{8+4\sqrt{2}}\\ &= \sqrt{4\left(2+\sqrt{2}\right)}\\ &= 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\end{aligned}$$

2)

$$a = 2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$$

$$a = 2\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2i\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$a = 2\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)+2i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

3) أ- ليكن $\theta \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}\cos^2(\theta) &= \left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^2\\ &= \frac{e^{2i\theta}+2e^{i\theta}e^{-i\theta}+e^{-2i\theta}}{4}\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{e^{2i\theta}+1+e^{-2i\theta}}{2}\right)\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{e^{2i\theta}+e^{-2i\theta}}{2}+1\right) = \frac{1}{2}\left(\cos(2\theta)+1\right)\end{aligned}$$

و منه : $1+\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta)$ لكل $\theta$ من $\mathbb{R}$

ب-

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



$$a = 2\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)+i.2\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$
$$= 2\left(1+\cos\left(2.\frac{\pi}{8}\right)\right)+i.2\sin\left(2.\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= 2\times 2\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+i.2\times 2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= 4\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+i.4\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

ج-

✓ بما أن $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)>0$ فإن الشكل المثلثي للعدد $a$ هو :

$$a = 4\cos\left(\frac{\pi}{8}\right).\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

✓ لدينا : $$a = |a|.\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

إذن : $$a = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}.\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

حسب علاقة موافر :

$$a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}.\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)\right)^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4.\left(\cos\left(4.\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(4.\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

إذن : $$a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4.\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

و منه : $$a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$$

( لأن $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ و $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ )

II.

1) لدينا $B(b)$ صورة $A(a)$ بالدوران $R$ الذي مركزه $\Omega(\omega)$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

إذن : $$b-\omega = e^{i\frac{\pi}{2}}(a-\omega)$$

إذن : $$b-\sqrt{2} = i.(2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}-\sqrt{2})$$

إذن : $$b-\sqrt{2} = i.(2++i\sqrt{2})$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



إذن : $b-\sqrt{2}=2i-\sqrt{2}$

ومنه : $b=2i$

2) لنحدد مجموعة النقط $M$ ذات اللحق $z$ بحيث $|z-2i|=2$

لدينا :
$$|z-2i|=2 \Leftrightarrow |z-b|=2$$
$$\Leftrightarrow BM=2$$

إذن مجموعة النقط $M$ هي الدائرة التي مركزها $B$ و شعاعها $2$

## تصحيح التمرين الثالث

I. التجربة " سحب في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق $U_1$ "

ليكن $\Omega_1$ كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega_1=C_7^3=35$

✓ $A$ الحدث : " الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين "

لدينا : $cardA=C_4^1\times C_3^2=4\times 3=12$

إذن : $p(A)=\dfrac{cardA}{card\,\Omega_1}=\dfrac{12}{35}$

✓ $B$ الحدث :" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

لدينا : $cardB=C_4^3+C_3^3=4+1=5$

إذن : $p(B)=\dfrac{cardB}{card\,\Omega_1}=\dfrac{5}{35}=\dfrac{1}{7}$

II. التجربة " نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من $U_1$ ثم نسحب عشوائيا كرة واحدة من $U_2$ "

ليكن $\Omega$ كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega=C_7^2\times 5=21\times 5=105$

$C$ الحدث : " الحصول على ثلاث كرات حمراء " .

لدينا : $cardC=C_4^2\times 3=6\times 3=18$

إذن : $p(C)=\dfrac{cardC}{card\,\Omega}=\dfrac{18}{105}=\dfrac{6}{35}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح المسألة

I. 1)

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x(1-\ln x) \neq 0, x > 0\}$$
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0, (1-\ln x) \neq 0, x > 0\}$$
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0, \ln x \neq 1, x > 0\}$$
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq e, x > 0\}$$
$$= ]0, e[ \cup ]e, +\infty[$$

2) أ-

| $x$ | $0$ | | $e$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $1-lnx$ | $+$ | $\|$ | $0$ | $-$ |

✓ لدينا : $\lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} \dfrac{1}{x(1-\ln x)} = -\infty$

لأن : $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} x = e \\ \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} 1-\ln x = 0^- \end{cases}$

✓ لدينا : $\lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} \dfrac{1}{x(1-\ln x)} = +\infty$

لأن : $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} x = e \\ \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} 1-\ln x = 0^+ \end{cases}$

**التأويل الهندسي :**

لدينا : $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} f(x) = -\infty \end{cases}$ إذن : $(C_f)$ يقبل مقارب عمودي معادلته $x = e$

ب- لدينا : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x(1-\ln x)} = 0$

لأن : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} 1-\ln x = -\infty \end{cases}$

بما أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ فإن $(C_f)$ يقبل مقارب أفقي معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



ج- لدينا : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{1}{x(1-\ln x)}=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{1}{x-x\ln x}=+\infty$

لأن : $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x=0^+ \\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} -x\ln x=0^+ \end{cases}$

**التأويل الهندسي :**

بما أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ فإن $(C_f)$ يقبل مقارب عمودي معادلته $x=0$

3) أ- ليكن $x\in D_f$ :

$$f'(x)=\left(\frac{1}{x(1-\ln x)}\right)'$$

$$f'(x)=\frac{-\left(x(1-\ln x)\right)'}{\left(x(1-\ln x)\right)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-\left((x)'(1-\ln x)+x(1-\ln x)'\right)}{x^2(1-\ln x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-(1-\ln x-1)}{x^2(1-\ln x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$

إذن : $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل $x$ من $D_f$

ب- ليكن $x\in D_f$ :

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \ln x=0\Leftrightarrow x=1$$

لدينا : $x^2(1-\ln x)^2>0$ إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\ln x$

- ✓ على المجال $]0,1]$ : $\ln x\le 0$ إذن $f'(x)\le 0$ و منه $f$ تناقصية
- ✓ على المجالين $[1,e]$ و $[e,+\infty[$ : $\ln x\ge 0$ إذن $f'(x)\ge 0$ و منه $f$ تزايدية

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



ج- **جدول تغيرات** $f$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $0$ |

II■ 1) أ- مبيانيا عدد حلول المعادلة $(E)$ هو حلين لأن عدد نقط تقاطع $(C_f)$ مع محور الأفاصيل هو نقطتين .

ب-

✓ $g$ متصلة على المجال $[2,2;2,3]$

✓ $\begin{cases} g(2,2)=-0,02 \\ g(2,3)=0,12 \end{cases} \Rightarrow g(2,2)\times g(2,3)<0$

إذن حسب مبرهنة القيم الوسيطية : المعادلة $(E)$ تقبل حلا $\alpha$ بحيث : $2,2<\alpha<2,3$

2) أ- ليكن $x\in D_f$ :

$$\begin{aligned} f(x)-x &= \frac{1}{x(1-\ln x)}-x \\ &= \frac{1-x^2(1-\ln x)}{x(1-\ln x)} \\ &= \frac{g(x)}{x(1-\ln x)} \end{aligned}$$

إذن : $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل $x$ من $D_f$

ب-

$$\begin{aligned} f(x)=x &\Leftrightarrow f(x)-x=0 \\ &\Leftrightarrow g(x)=0 \\ &\Leftrightarrow x=1 \text{ أو } x=\alpha \end{aligned}$$

إذن $(\Delta)$ يقطع $(C_f)$ في النقطتين اللتين أفصولاهما $1$ أو $\alpha$

ج-

✓ على المجال $[1,\alpha]$ :

لدينا $(C_g)$ يوجد تحت محور الأفاصيل إذن $g(x)\le 0$ لكل $x$ من المجال $[1,\alpha]$

✓

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

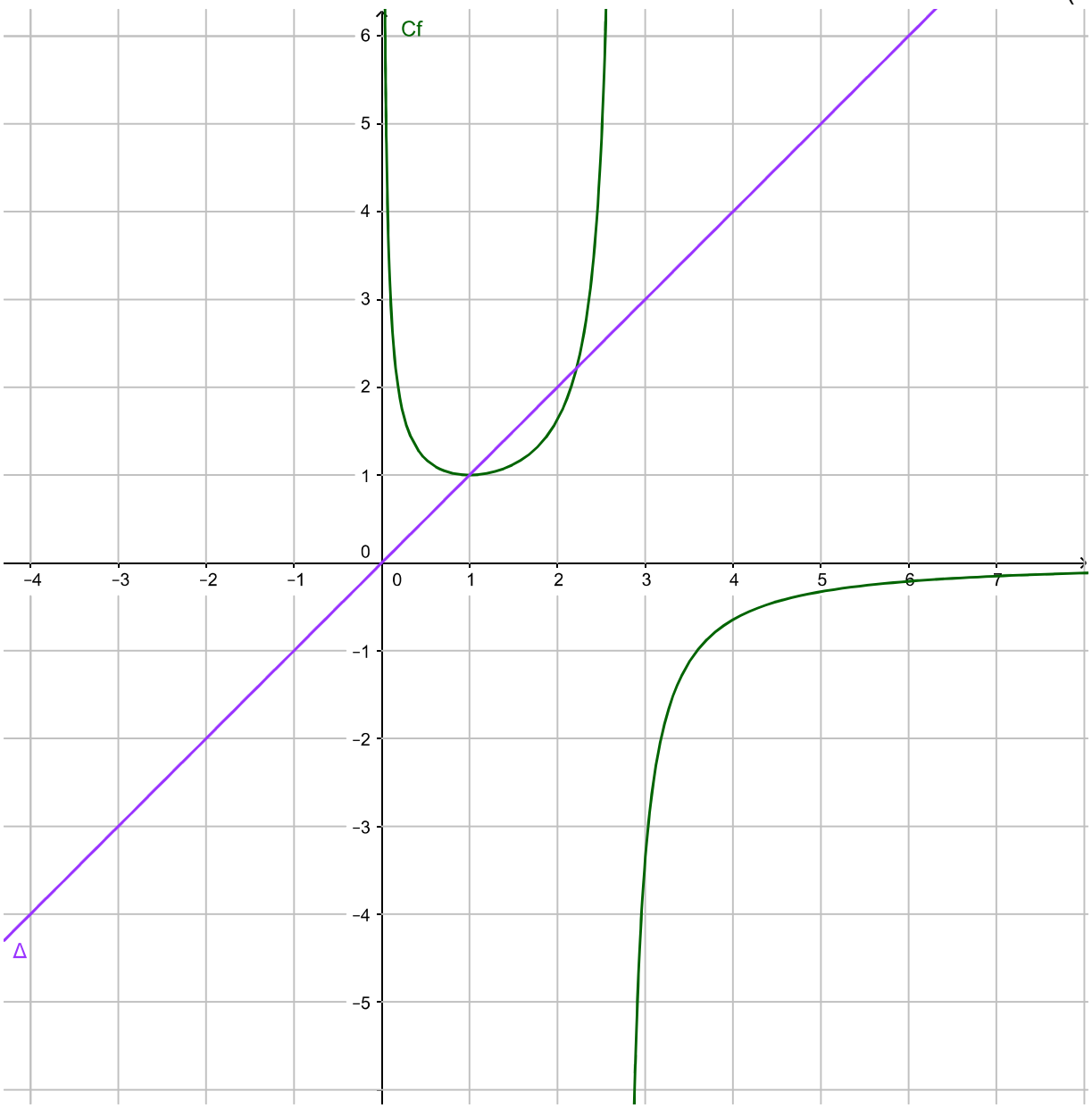
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



| $x$ | $1$ | | $\alpha$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $x(1-ln(x))$ | | $+$ | |
| $f(x)-x$ | $0$ | $-$ | $0$ |

إذن : $f(x)-x \leq 0$ لكل $x$ من المجال $[1,\alpha]$

(3




4) أ-

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)}dx = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}dx$$
$$= -\int_1^{\sqrt{e}} \frac{(1-\ln x)'}{1-\ln x}dx$$
$$= -\left[\ln\left|1-\ln(x)\right|\right]_1^{\sqrt{e}}$$
$$= -\left(\ln\left(\frac{1}{2}\right)-0\right)$$
$$= \ln 2$$

ب-

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} \left|f(x)-x\right|dx \times \left\|\vec{i}\right\| \times \left\|\vec{j}\right\|$$
$$= \int_1^{\sqrt{e}} \left(x-f(x)\right)dx \times 2cm \times 2cm$$
$$= \int_1^{\sqrt{e}} \frac{-g(x)}{x(1-\ln x)}dx \times 4cm^2$$
$$= \int_1^{\sqrt{e}} \frac{x^2(1-\ln x)-1}{x(1-\ln x)}dx \times 4cm^2$$
$$= \int_1^{\sqrt{e}} \left(x-\frac{1}{x(1-\ln x)}dx\right) \times 4cm^2$$
$$= \left(\int_1^{\sqrt{e}} x dx - \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)}dx\right) \times 4cm^2$$
$$= \left(\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^{\sqrt{e}} - \ln 2\right) \times 4cm^2$$
$$= \left(\frac{e-1}{2}-\ln 2\right) \times 4cm^2$$
$$= (2e-2-4\ln 2)cm^2$$

III. 1)

✓ من أجل $n=0$ :

لدينا : $u_0 = 2$

إذن $1 \le u_0 \le \alpha$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



✓ ليكن $n \in \mathbb{N}$

- نفترض أن : $1 \leq u_n \leq \alpha$
- و نبين أن : $1 \leq u_{n+1} \leq \alpha$

لدينا حسب الإفتراض $1 \leq u_n \leq \alpha$

و لدينا الدالة $f$ تزايدية على المجال $[1,\alpha]$

إذن : $f(1) \leq f(u_n) \leq f(\alpha)$

و منه : $1 \leq u_{n+1} \leq \alpha$

✓ نستنتج أن : $1 \leq u_n \leq \alpha$ **لكل** $n$ **من** $\mathbb{N}$

2) حسب نتيجة السؤال II 2) ج- لدينا : $f(x) - x \leq 0$ لكل $x$ من $[1,\alpha]$

و بما أن $1 \leq u_n \leq \alpha$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

فإن : $f(u_n) - u_n \leq 0$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

إذن : $u_{n+1} - u_n \leq 0$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

و بالتالي المتتالية $(u_n)$ تناقصية

3)

✓ بما أن $(u_n)$ تناقصية و مصغورة فإن $(u_n)$ متقاربة

✓ لدينا : $\begin{cases} u_0 = 2 \in [1,\alpha] \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

- الدالة $f$ متصلة على المجال $[1,\alpha]$
- $f([1,\alpha]) = [f(1), f(\alpha)] = [1,\alpha]$
- $(u_n)$ متقاربة

إذن نهاية المتتالية $(u_n)$ هي حل للمعادلة $f(x) = x$

لدينا : $f(x) = x \Leftrightarrow x = 1$ أو $x = \alpha$

و بما أن $(u_n)$ تناقصية فإن : $u_n \leq u_0$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

إذن $u_n \leq 2$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

و منه $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n \leq 2$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

و بالتالي : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

つづく

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma