هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح التمرين الأول

1)

✓ لدينا $(S)$ هي الفلكة التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

إذن معادلة ديكارتية للفلكة $(S)$ تكتب على شكل : $(x-1)^2+(y-(-1))^2+(z-0)^2=(\sqrt{3})^2$

إذن : $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=3$

إذن : $x^2-2x+1+y^2+2y+1+z^2=3$

ومنه : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة $(S)$

✓ لدينا : $(0)^2+(0)^2+(1)^2-2(0)+2(0)-1=0+0+1-0+0-1=0$

إذن : $A$ تنتمي إلى $(S)$

2) أ-

✓ لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,1,0)$ و $\overrightarrow{AC}(2,1,1)$

إذن :

$$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}1&1\\0&1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1&2\\0&1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}\vec{k}$$
$$=(1)\vec{i}-(1)\vec{j}+(-1)\vec{k}$$
$$=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$$

✓ لدينا : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(1,-1,-1)$ متجهة منظمية للمستوى $(ABC)$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$ تكتب على شكل : للمستوى $(1).x+(-1).y+(-1).z+d=0$

أي : $x-y-z+d=0$

و لدينا : $A(0,0,1)\in(ABC)$ إذن : $(0)-(0)-(1)+d=0$ أي : $d=1$

و بالتالي : $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$

ب-

✓ $d(\Omega,(ABC))=\dfrac{|(1)-(-1)-(0)+1|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

✓ بما أن $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{3}=R$ ( $R$ شعاع الفلكة $(S)$ ) فإن المستوى $(ABC)$ مماس للفلكة $(S)$

و بما أن $A\in(ABC)\cap(S)$ فإن نقطة التماس هي $A$

3) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(1,-1,-1)$ متجهة منظمية للمستوى $(ABC)$ و $(\Delta)\perp(ABC)$

إذن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(1,-1,-1)$ موجهة للمستقيم $(\Delta)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



و لدينا : $\Omega(1,-1,0)\in(\Delta)$

و منه تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$ : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=(1)+t(1)=1+t \\ y=(-1)+t(-1)=-1-t \\ z=(0)+t(-1)=-t \end{cases}$

ب- لنحدد مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع $(\Delta)$ و الفلكة $(S)$

$$M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \\ (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=\left(\sqrt{3}\right)^2 \end{cases}$$

بعد التعويض نجد : $t^2=1$

إذن : $\begin{cases} x=1+1=2 \\ y=-1-1=-2 \\ z=-1 \\ t=1 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x=1+(-1)=0 \\ y=-1-(-1)=0 \\ z=-(-1)=1 \\ t=-1 \end{cases}$

## تصحيح التمرين الثاني

1) لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-8z+25=0$ :

لدينا : $\Delta=(-8)^2-4(1)(25)=64-100=-36$

بما أن $\Delta<0$ فإن المعادلة تقبل حلين عقديين مترافقين :

$$z_2=\frac{-(-8)+i\sqrt{36}}{2(1)}=\frac{8+6i}{2}=4+3i \quad \text{و} \quad z_1=\frac{-(-8)-i\sqrt{36}}{2(1)}=\frac{8-6i}{2}=4-3i$$

و منه : $S=\{4-3i,4+3i\}$

2) أ- لدينا $D(d)$ صورة $A(a)$ بالإزاحة $T$

إذن : $d=a+z_{\overrightarrow{BC}}$

إذن : $d=a+c-b$

إذن : $d=(4+3i)+(10+3i)-(4-3i)$

ومنه : $d=10+9i$

ب-

✓ لدينا : $\frac{b-a}{d-a}=\frac{(4-3i)-(4+3i)}{(10+9i)-(4+3i)}=\frac{-6i}{6+6i}=\frac{-i}{1+i}=\frac{-i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=-\frac{1}{2}(1+i)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



✓

- $\left|-\frac{1}{2}(1+i)\right| = \left|\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\left(\frac{-1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- الشكل المثلثي :

$$\frac{-1}{2}(1+i) = \frac{-1}{2}-\frac{1}{2}i = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$$

ج-

$$\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right) \equiv \arg\left(\frac{b-a}{d-a}\right)[2\pi]$$
$$\equiv \frac{5\pi}{4}[2\pi]$$

## تصحيح التمرين الثالث

1) ليكن $n \in \mathbb{N}$
لدينا :

$$u_{n+1}-1 = \frac{1}{5}u_n+\frac{4}{5}-1$$
$$= \frac{1}{5}u_n-\frac{1}{5}$$
$$= \frac{1}{5}(u_n-1)$$

إذن : $u_{n+1}-1 = \frac{1}{5}(u_n-1)$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

2) أ-

✓ من أجل $n=0$
لدينا $u_0 = 2$
إذن : $u_0 > 1$

✓ ليكن $n \in \mathbb{N}$

- نفترض أن $u_n > 1$
- و نبين أن : $u_{n+1} > 1$ ؟

لدسنا حسب نتيجة السؤال 1) : $u_{n+1}-1 = \frac{1}{5}(u_n-1)$

و حسب الإفتراض لدينا $u_n > 1$ إذن $u_n - 1 > 0$ إذن $\frac{1}{5}(u_n-1) > 0$

إذن $u_{n+1}-1 > 0$ و منه $u_{n+1} > 1$

✓ نستنتج أن : $u_n > 1$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



ب- ليكن $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1}-u_n=\frac{1}{5}u_n+\frac{4}{5}-u_n=\left(\frac{1}{5}-1\right)u_n+\frac{4}{5}=\frac{-4}{5}u_n+\frac{4}{5}=\frac{-4}{5}(u_n-1)$$

لدينا : $u_n-1>0$

إذن : $\frac{-4}{5}(u_n-1)<0$

و منه $u_{n+1}-u_n<0$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

و بالتالي : المتتالية $(u_n)$ تناقصية

ج- بما أن $(u_n)$ تناقصية و مصغورة ( بالعدد 1 ) فإن $(u_n)$ متقاربة

3) أ- ليكن $n \in \mathbb{N}$

✓ لدينا باستعمال نتيجة السؤال 1) : $v_{n+1}=u_{n+1}-1=\frac{1}{5}(u_n-1)=\frac{1}{5}v_n$

إذن لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $v_{n+1}=\frac{1}{5}v_n$

و منه المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{5}$ و حدها الأول $v_0=u_0-1=2-1=1$

✓ لنكتب $v_n$ بدلالة $n$

لدينا : $v_n=v_0\times q^n$

إذن : $v_n=1\times\left(\frac{1}{5}\right)^n$

و منه : $v_n=\left(\frac{1}{5}\right)^n$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

ب-

✓ ليكن $n \in \mathbb{N}$

لدينا $u_n-1=v_n$

إذن $u_n=v_n+1$

و منه $u_n=\left(\frac{1}{5}\right)^n+1$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

✓ بما أن $-1<\frac{1}{5}<1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^n=0$

إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح التمرين الرابع

التجربة " سحب في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس "
ليكن $\Omega$ كون إمكانيات هذه التجربة
لدينا $card\,\Omega = C_9^3 = 84$

1) $A$ : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون "

$\boxed{B},\boxed{B},\boxed{B}$ أو $\boxed{N},\boxed{N},\boxed{N}$

$$cardA = C_4^3 + C_3^3 = 4 + 1 = 5$$

$$p(A) = \frac{cardA}{card\,\Omega} = \frac{5}{84}$$

$B$ : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى "

$$\boxed{B},\boxed{N},\boxed{V}$$

$$cardB = C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$$p(B) = \frac{cardB}{card\,\Omega} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

2) أ-

$$\boxed{\overline{N}},\boxed{\overline{N}},\boxed{\overline{N}} \rightarrow X = 0$$
$$\boxed{N},\boxed{\overline{N}},\boxed{\overline{N}} \rightarrow X = 1$$
$$\boxed{N},\boxed{N},\boxed{\overline{N}} \rightarrow X = 2$$
$$\boxed{N},\boxed{N},\boxed{N} \rightarrow X = 3$$

ب-
$$p(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{84} = \frac{3 \times 6}{84} = \frac{18}{84} = \frac{3}{14}$$
$$p(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_6^2}{84} = \frac{3 \times 15}{84} = \frac{45}{84} = \frac{15}{28}$$

ج- لنحدد قانون احتمال $X$ :

$$p(X=0) = \frac{C_6^3}{84} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$$
$$p(X=1) = \frac{15}{28}$$
$$p(X=2) = \frac{3}{14}$$
$$p(X=3) = \frac{C_3^3}{84} = \frac{1}{84}$$

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X=x_i)$ | $\frac{5}{21}$ | $\frac{15}{28}$ | $\frac{3}{14}$ | $\frac{1}{84}$ |

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



## تصحيح التمرين الخامس

▪I

1) أ- ليكن $x \in \mathbb{R}$ :

لدينا : $(2x+1)(x-1) = 2x^2 - 2x + x - 1 = 2x^2 - x - 1$

إذن : $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ **لكل** $x$ **من** $\mathbb{R}$

ب-

✓ ليكن $x \in ]0,+\infty[$ :

لدينا : $g'(x) = \left(x^2 - x - \ln x\right)' = 2x - 1 - \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$

إذن : $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$

✓ لدينا : $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ إذن $g'(x) = \frac{(2x+1)(x-1)}{x}$

ولدينا $x > 0$ إذن : $\frac{2x+1}{x} > 0$ و منه إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x - 1$

| $x$ | $0$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ |

- على المجال $[0,1]$ : لدينا $g'(x) \leq 0$ إذن $g$ تناقصية
- على المجال $[1,+\infty[$ : لدينا $g'(x) \geq 0$ إذن $g$ تزايدية

2) لدينا $g$ تناقصية على $[0,1]$ و تزايدية على $[1,+\infty[$

إذن $g(1)$ هي القيمة الدنوية للدالة $g$ على $]0,+\infty[$

إذن : $(\forall x \in ]0,+\infty[) \quad g(x) \geq g(1)$

إذن : $(\forall x \in ]0,+\infty[) \quad g(x) \geq 0$

▪II

1) أ- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 - 1 - (\ln x)^2 = -\infty$

لأن : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} x^2 - 1 = -1 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} -(\ln x)^2 = -\infty \end{cases}$

التأويل الهندسي : $(C_f)$ يقبل مقاربا عموديا معادلته $x = 0$

ب-

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



✓

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^2 - 1 - (\ln x)^2 = \lim_{x\to+\infty} x^2.\left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln(x))^2}{x^2}\right) = \lim_{x\to+\infty} x^2\left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right) = +\infty$$

لأن :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0 \end{cases}$$

✓ $$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right) = +\infty$$

لأن :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0 \end{cases}$$

ج- لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ إذن $(C)$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

2) أ-

ليكن $x \in ]0,+\infty[$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(x^2 - 1 - (\ln x)^2\right)' \\ &= 2x - 0 - 2\ln'(x).\ln(x) \\ &= 2x - \frac{2\ln x}{x} \\ &= \frac{2x^2 - 2\ln x}{x} \\ &= 2.\left(\frac{x^2 - \ln x}{x}\right) \end{aligned}$$

إذن : $f'(x) = 2\left(\dfrac{x^2 - \ln x}{x}\right)$ **لكل** $x$ **من** $]0,+\infty[$

ب- ليكن $x \in ]0,+\infty[$ :

✓ $$\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - x - \ln x}{x} + 1 = \frac{x^2 - x - \ln x + x}{x} = \frac{x^2 - \ln x}{x}$$

إذن : $\dfrac{g(x)}{x} + 1 = \dfrac{x^2 - \ln x}{x}$ **لكل** $x$ **من** $]0,+\infty[$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



✓ لدينا : $f'(x)=2\left(\dfrac{x^2-\ln x}{x}\right)$

إذن : $f'(x)=2\left(\dfrac{g(x)}{x}+1\right)$

و لدينا حسب الجزء الأول 2) : $g(x)\geq 0$ و لدينا $x>0$

إذن : $f'(x)=2\left(\dfrac{g(x)}{x}+1\right)>0$ **لكل** $x$ **من** $]0,+\infty[$

و منه الدالة $f$ تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$

3) أ- معادلة ديكارتية للمستقيم $(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة $A(1,0)$

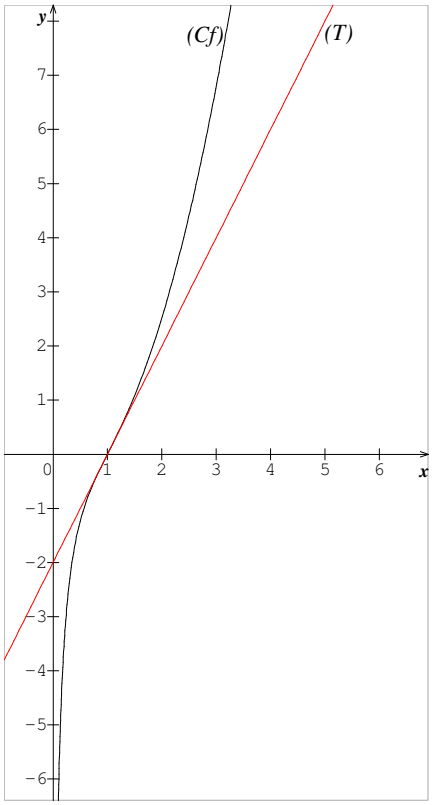
$$y=f'(1).(x-1)+f(1)$$

لدينا $f(1)=0$ و $f'(1)=2\left(\dfrac{g(1)}{1}+1\right)=2$

إذن : $y=2.(x-1)+0$

و منه : $y=2x-2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم $(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة $A(1,0)$

ب-




للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



4) أ-

✓ الدالة $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

✓ ليكن $x \in ]0,+\infty[$ :

$$H'(x) = \left(x(\ln x - 1)\right)' = (x)'.(\ln(x)-1) + x.(\ln(x)-1)' = 1.(\ln(x)-1) + x.\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(x) - 1 + 1 = \ln(x)$$

إذن $H'(x) = h(x)$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$

و بالتالي : $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على $]0,+\infty[$

- $\int_1^e \ln(x)dx = \left[x(\ln(x)-1)\right]_1^e = \left(e.(\ln(e)-1)\right) - \left(1.(\ln(1)-1)\right) = 1$

ب-

$$\begin{cases} u(x) = (\ln x)^2 \\ v'(x) = 1 \end{cases} \searrow \begin{cases} u'(x) = \dfrac{2\ln x}{x} \\ v(x) = x \end{cases} \updownarrow$$

$$\begin{cases} u(x) = (\ln x)^2 \\ v'(x) = 1 \end{cases} \searrow \begin{cases} u'(x) = \dfrac{2\ln x}{x} \\ v(x) = x \end{cases} \updownarrow$$

$$\begin{aligned} \int_1^e (\ln x)^2 dx &= \left[x(\ln(x))^2\right]_1^e - \int_1^e 2.\frac{x.\ln x}{x} \\ &= (e-0) - 2\int_1^e \ln x dx \\ &= e-2 \end{aligned}$$

ج- مساحة حيز المستوى المحصور بين $(C)$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$

$$A = \int_1^e |f(x)|dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

على المجال $[1,e]$ : $f(x) \geq 0$

$$A = \int_1^e f(x)dx \times 1cm \times 1cm$$

$$A = \int_1^e \left(x^2 - 1 - (\ln(x))^2\right)dx\ .cm^2$$

$$A = \left(\int_1^e (x^2-1)dx - \int_1^e (\ln x)^2 dx\right).cm^2$$

$$A = \left(\left[\frac{x^3}{3} - x\right]_1^e - \int_1^e (\ln x)^2 dx\right).cm^2$$

$$A = \left(\left(\frac{e^3}{3} - e\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right) - (e-2)\right).cm^2$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



و بالتالي : مساحة حيز المستوى المحصور بين $(C)$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\frac{1}{3}\left(e^3-6e+8\right)cm^2$

つづく

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma