



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع



الصفحة
1
3

7	المعامل:	NS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث) ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1, 0, 3)$ و $B(3, 0, 0)$ و $C(7, 1, -3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.

- (1) بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ واستنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . 1
- (2) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3, 1, 0)$ وشعاعها 5 . 0.5
- (3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

أ - بين أن : $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) . 0.5

- ب - بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6, 1, 4)$ و $F(0, 1, -4)$. 1

التمرين الثاني (3 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$. 1
- (2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي : $a = 3 - i$ و $b = 3 + i$ و $c = 7 - 3i$.

- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
- أ - بين أن : $z' = iz + 2 - 4i$. 0.5
 - ب - تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c' = 5 + 3i$. 0.25
 - ج - بين أن : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC = 2BC'$. 1.25

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .
(1) نعتبر الحدثين التاليين :

- أ : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " . 1
- بين أن $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{41}{42}$.
- (2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة . 0.25
- أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 .
- ب - بين أن $P(X = 0) = \frac{1}{6}$ و $P(X = 2) = \frac{3}{10}$. 1
- ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من IN .
0.75 (1) بين بالترجع أن : $u_n > 1$ لكل n من IN .

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من IN .

1 أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^n$ لكل n من IN .

0.75 ب - بين أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

0.5 (3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من IN .

التمرين الخامس (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

0.5 (1) بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من IR .

0.5 (2) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty \right[$ وتناقصية على المجال $\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right]$.

0.5 (3) أ - بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

0.25 ب - استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من IR .

(II) لنكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$.

1 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$) .

0.75 (2) بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على IR .

0.75 (3) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعاً شلجماً في اتجاه محور الأرتايب .

0.5 ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 ج - حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم

(Δ) على المجال $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$.

0.25 (4) أ - بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O .

0.25 ب - بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) .

0.75 (5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 (6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx = 1$.

0.5 ب - احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C)

والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=1$.