

## التمرين الأول :

نعتبر المتتالية  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  بحيث:  $\begin{cases} 25U_{n+2} = 10U_{n+1} - U_n \\ U_0 = 0 ; U_1 = 1 \end{cases}$

ونضع  $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$  و  $W_n = 5^n U_n$  حيث  $n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن  $(V_n)_n$  متتالية هندسية واستنتج أن  $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \left(\frac{1}{5}\right)^n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

(2)  $(W_n)_n$  متتالية حسابية حدد الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$

(3) أ. بين أن  $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ )

ب. استنتج أن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$  ثم حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

## التمرين الثاني :

نضع  $f(z) = \frac{2z}{\bar{z} - i}$  لكل عدد عقدي  $z$  يخالف  $-i$

(1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $f(z) = i$

(2) حدد  $(\zeta)$  مجموعة النقط  $M(z)$  والتي يكون من أجلها  $f(z)$  عددا حقيقيا

(3) حدد  $(D)$  مجموعة النقط  $M(z)$  والتي يكون من أجلها  $|f(z)| = 2$

## التمرين الثالث :

يحتوي كيس  $S$  على سبع بيدات مرقمة 2، 2، 2، 2، 3، 3، 3

و يحتوي صندوق  $U$  على ثلاث كرات حمراء وكرتين خضراوين

نسحب بيدة من الكيس  $S$  و نسجل رقمها  $n$  ثم نسحب في آن واحد  $n$

كرة الصندوق  $U$ . نعتبر الحدثين :

"A من بين الكرات المسحوبة من  $U$  توجد كرتين بالضبط حمراوين "

"B الكرات المسحوبة من  $U$  لها نفس اللون "

(1) أ. أحسب احتمال الحدث  $A$

ب. بين أن احتمال الحدث  $B$  هو  $\frac{19}{70}$

(2) ماهو احتمال سحب كرات من نفس اللون من  $U$  علما أن البيدة المسحوبة من الكيس  $S$  تحمل الرقم 2

## التمرين الرابع :

الجزء (1) :

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 - x - \ln x$

(1) أ. أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

ب. أحسب المشتقة  $g'(x)$  وضع جدول تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج أن  $g(x) \geq 0$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$ )

الجزء (2) :

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  كما يلي :

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(x - 1 - \ln x)$$

(1) أ. أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  وأدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

(2) أ. بين أن  $f'(x) = \frac{1}{x^2}g(x)$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$ )

ب. أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) أرسم المنحنى  $(C_f)$

(4) أ. أحسب  $I = \int_1^e f(x) dx$

ب. استنتج مساحة الحيز المحصور بين  $(C_f)$  ومحور الأفاصيل و

المستقيمين  $x = e$  ;  $x = 1$