

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = \frac{16}{8 - U_n}$

1) تحقق أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 4$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 4 = \frac{4(U_n - 4)}{4 + (4 - U_n)}$

2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 4)^2}{8 - U_n}$ و ادرس رقابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n = \frac{4}{4 - U_n}$ لكل عدد طبيعي n

أ. بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 1$

ب. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n = \frac{4n + 12}{n + 4}$ وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

4) أحسب بدلالة n الجمع $S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{4 - U_k}$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على كرتين حمراوين مرقميتين 2 ; 1 و كرتين خضراوين مرقميتين 2 ; 1 و ثلاث كرات بيضاء مرقمة 2 ; 1 ; 1 . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق . نعتبر الأحداث التالية :

"A سحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة مثني مثني "

"B سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

و "C الحصول على كرة من كل لون علما أنها تحمل نفس الرقم "

1) أ. أحسب احتمال كل من الحدثين A و B

ب. بين أن احتمال الحدث C هو $p(C) = \frac{3}{5}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المتبقية في الصندوق والتي تحمل الرقم 1

أ. ماهي قيم المتغير X و بين أن $p(X = 3) = \frac{12}{35}$

ب. حدد قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث :

I) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

II) المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$, نعتبر

النقطتين B , D لحقاهما $b = \sqrt{3} + i$ و $d = \sqrt{3} - i$ على التوالي

1) حدد الرمز الأسّي للعدد b و بين أن المثلث OBD متساوي الأضلاع

2) نعتبر النقطة E ذات اللوح $z_0 = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ وليكن R الدوران الذي مركزه

O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ونضع $A = R(E)$

حدد a لحق النقطة A وتحقق أن A منتصف القطعة $[OB]$

3) لتكن C صورة النقطة O بالازاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{DB}$

حدد c لحق النقطة C ثم استنتج أن الرباعي $OCBD$ معين

التمرين الرابع :

1) أحسب التكاملين : $\int_1^e \frac{dt}{t(2 + 3 \ln t)}$, $\int_{\frac{52}{53}}^1 (53x - 52)^{37} dx$

2) أ. أحسب التكامل $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{x}{x^2 - 1} dx$

ب. تحقق أن $(\forall x > 1) \quad \frac{1}{x(x^2 - 1)} = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x}$

واستنتج أن $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x(x^2 - 1)} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{3}{2}\right)$

ج. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{2 \ln(x^2 - 1)}{x^3} dx = \frac{3}{4} \ln 3 - \ln 2$