

الاجابة (1)

لكل دالة معرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 - \ln x$

(1) أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$

(2) أ- أحسب المشتقة $g'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة g

ب- استنتج أنه $(\forall x > 0) g(x) \geq 0$

الاجابة (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x^2 - 2x \ln x$; $x > 0$ و $f(0) = 0$

(1) أ- يبي أنه f متصلة على يمينه 0

ب- يبي أنه $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و أعط تاويلا هندسيا للنتيجة

(2) أ- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) أ- يبي أنه $(\forall x > 0) f'(x) = 2g(x)$

ب- أحسب $f'(1)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- تحقق أنه $(\forall x > 0) f(x) - x = x(g(x) - \ln x)$

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم $y = x$ على المجال $]0, 1]$

ج- أسمى المنحنى (C_f) (نأخذ $\|i\| = \|j\| = 2cm$)

(5) يبي أنه f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده و أسمى منحنائها في المعلم السابق

(6) ليكن α من المجال $]0, 1[$.

$A(\alpha)$ الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ، محور الأفصيل و المستقيمين $x = 1$ و $x = \alpha$

أ- يبي أنه الدالة $H(x) = x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2$ هي دالة أصلية للدالة $h(x) = 2x \ln x$ و أحسب $\int_{\alpha}^1 2x \ln x dx$

ب- استنتج $S(\alpha)$ مساحة الحيز $A(\alpha)$ ثم أحسب $\lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \alpha > 0}} S(\alpha)$

الاجابة (3)

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) يبي أنه $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n \leq 1$

(2) يبي أنه المتتالية $(U_n)_n$ تنازبية

(3) استنتج أنه المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و يبي أنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$