

الاجابة (1) :

- 1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = -x + 1 + x \ln x$
 أ. أحسب المشتقة $g'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة g
 ب. استنتج أن $g(x) \geq 0$ ($\forall x > 0$) وأن 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $g(x) = 0$
 2) نضع $h(x) = 1 + 2x \ln x$ لكل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$
 أ. أحسب المشتقة $h'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة h
 ب. استنتج أن $h(x) > 0$ ($\forall x \in]0, +\infty[$)

الاجابة (2) :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x(\ln x - 1) + 2\sqrt{x} & ; x \neq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

- 1) أ. بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$
 ب. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
 2) أ. أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ب. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
 3) أ. بين أن $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} h(\sqrt{x})$
 ب. استنتج أن الدالة f تزايدية ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f
 ج. أعط معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $a = 1$
 4) أ. بين أن $f(x) - x = 2\sqrt{x} g(\sqrt{x})$ ($\forall x > 0$)
 ب. استنتج أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (Δ)
 5) أ. بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده
 ب. بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة $b = 1$ وحدد العدد المشتق
 6) أرسم المنحنيين (C_f) ، $(C_{f^{-1}})$ والمستقيم (Δ)

الاجابة (3) :

- لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$
 1. بين بالترجع أن $0 < U_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
 2. بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية
 3. استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها