

التمرين الأول

(1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

(2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B و C التي احاقها على التوالي

$$c = 2\sqrt{3} \text{ و } b = \sqrt{3} - i, \quad a = \sqrt{3} + i$$

(i) بين ان $\frac{a-c}{b-c} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

(ب) ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ولتكن $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R

(1) بين أن $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$ واستنتج ان A صورة النقطة B بالدوران R

(2) حدد طبيعة الرباعي $OACB$

التمرين الثاني

الجزء (1) لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي : $g(x) = 1 + (2x - 1)e^{2x}$

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ- تحقق أن $g'(x) = 4xe^{2x}$ وأنجز جدول تغيرات الدالة g

ب- استنتج إشارة الدالة $g(x)$

(3) نضع $h(x) = 1 + (x - 1)e^{2x}$

الشكل جانبه يمثل منحنى الدالة h . انطلقا من الشكل حدد

أ- حلول المعادلة $h(x) = 0$

ب- حلول المتراجحة $h(x) > 0$ وأنجز جدول إشارة $h(x)$

الجزء (2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x + 1 + (x - 1)e^{2x}$

(1) أ- أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم $y = x + 1$: (D) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(2) بين أن $f'(x) = g(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D)

(4) أدرس تقعر المنحنى (C_f)

(5) أ- تحقق أن $f(\beta) = \beta$ وبين ان $f(x) < x$ $(\forall x \in]0, \beta[)$

ب- أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\beta \approx 0,8$)

الجزء (3) لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) بين أن $0 < U_n < \beta$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(2) أدرس رقابة المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة

(3) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$

