الثانية علوم فيزيائية	فرض رقم 1 الدورة 2	ذ : إملاتي

التمرين الأول

I) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

II) المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتين B ; D اللتين لحقاهما على التوالي $z_B = \sqrt{3} + i$ و $z_D = \sqrt{3} - i$ و ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) حدد الرمز الأسي للعدد z_B و بين أن OBD مثلث متساوي الأضلاع

2) نعتبر النقطة E ذات اللحق $Z_E = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و ليكن z_A لحق النقطة A صورة النقطة E بالدوران R

بين أن $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و استنتج أن A منتصف $[OB]$

3) أ- أتبث أن $z_C = \frac{1}{2} + i\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ هو لحق النقطة C صورة النقطة E بالإزاحة T التي متجهتها $2\vec{v}$

ب- بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \left(\sqrt{3} - 1\right)i$ و استنتج أن (CD) واسط القطعة $[OB]$

التمرين الثاني

الجزء (1) : لتكن g دالة بحيث $g(x) = x - \ln(1-x)$

1) حدد مجموعة تعريف g و أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} g(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$

2) أحسب $g'(x)$ و بين أن g تزايدية قطعا على $]-\infty,1[$

3) أنجز جدول تغيرات الدالة g و استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أن $g(0)=0$)

الجزء (2) : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,1[$ بما يلي : $f(x) = x + \ln(1-x) - \frac{1}{2}(\ln(1-x))^2$

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln X)^2}{X} = 0$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$

ب- بين أن المستقيم $y = x$ (Δ) اتجاه مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = -\infty$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$ و بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x-1}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (Δ)

ب- أرسم للمنحنى (C_f) و المستقيم $y = x$ (Δ) (نأخذ $1 - e^2 \simeq -6,4$)

الجزء (3) : نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

1) بين أن $1 - e^2 < U_n < 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها