

② - صورة A (Z_A) صورة E (Z_E) بالدوران E :

$$Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}} Z_E \quad \text{تعني}$$

$$Z_A = i \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) ; Z_E = e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \text{حيث}$$

$$Z_A = \frac{1}{2} i + \frac{\sqrt{3}}{2} i, \quad Z_E = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$Z_A = \frac{Z_B + Z_O}{2} \Leftrightarrow \text{A منتصف [OB]}$$

$$\frac{Z_B}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i = Z_A$$

إذن A منتصف [OB].

③ - 1 -

③ - صورة C (Z_C) صورة E (Z_E) بالازاحة T : $\vec{TE} = 2i$

$$Z_C = Z_E + 2i \quad \text{تعني}$$

$$Z_C = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i + 2i$$

$$Z_C = \frac{1}{2} + i \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \frac{\frac{1}{2} + i \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i}{\sqrt{3} + i - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i}$$

$$= \frac{1 + i(4 - \sqrt{3}) - \sqrt{3} - i}{2\sqrt{3} + 2i - \sqrt{3} - i}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{3}) + i(3 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} + i}$$

$$= \frac{[(1 - \sqrt{3}) + i(3 - \sqrt{3})][\sqrt{3} - i]}{4}$$

$$= \frac{-4i + 4i\sqrt{3}}{4}$$

$$= (\sqrt{3} - 1)i$$

التصنيف الأول :

$$Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0 \quad \text{①}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Leftrightarrow \Delta = 12 - 16$$

$$\Delta = -4$$

$$\Delta = (2i)^2$$

$$Z_1 = \frac{2\sqrt{3} + 2i}{2} \quad \text{أو} \quad Z_2 = \frac{2\sqrt{3} - 2i}{2}$$

$$Z_1 = \sqrt{3} + i \quad \text{أو} \quad Z_2 = \sqrt{3} - i$$

$$S = \{ \sqrt{3} + i, \sqrt{3} - i \}$$

③ - 2 -

$$Z_B = \sqrt{3} + i \quad \text{①}$$

$$Z_B = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right)$$

$$Z_B = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$Z_B = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$Z_D = \sqrt{3} - i \quad \text{②}$$

$$Z_D = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i \right)$$

$$= 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right)$$

$$= 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

$$\left(\frac{b}{a} \right) = \frac{[2, \frac{\pi}{6}]}{[2, -\frac{\pi}{6}]} = [1, \frac{\pi}{3}]$$

$$\arg \left(\frac{b-a}{d-a} \right) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

$$(\vec{OB}, \vec{OD}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

إذن OBD مثلث متساوي الأضلاع

الجزء الأول:

1- $D_g = \{x \in \mathbb{R} / 1-x > 0\}$

$D_g = \{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$

$D_g =]-\infty, 1[$

-2-

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - \ln(1-x)$

$= -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1-x) = +\infty$ إذن

$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x - \ln(1-x)$

$= +\infty$

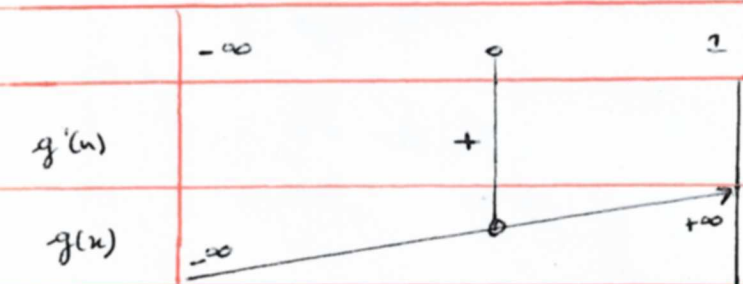
$\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(1-x) = -\infty$

-2- حساب المشتقة $g'(x)$

$g'(x) = 1 - \frac{(1-x)'}{1-x}$

$g'(x) = 1 + \frac{1}{1-x}$

$g'(x) = \frac{2-x}{1-x} = \frac{x-2}{x-1}$



لدينا على المجال $g([-\infty, 0]) =]-\infty, 0[$: $]-\infty, 0[$

وإن $\forall x \in]-\infty, 0[\quad g(x) < 0$

وعلى المجال $g([0, 1]) =]0, +\infty[$: $]0, 1[$

$\forall x \in]0, 1[\quad g(x) > 0$ إذن

لدينا OBD مثلث متساوي الأضلاع

و A منتصف [OB]

إذن $(AD) \perp (AB)$

و لدينا $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$ إذن :

$\arg(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$

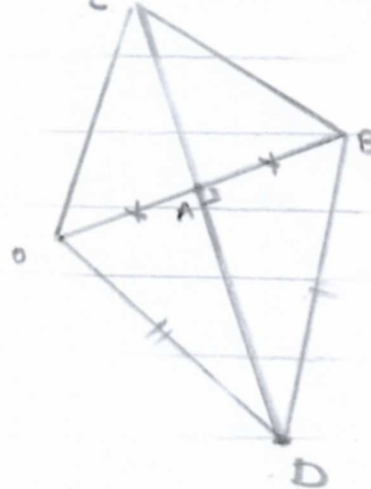
وعليه $(AC) \perp (AB)$

إذن $AB \subset$ قاسم الزاوية في A.

وبالتالي A تنتمي إلى المستقيم (CD)

و A منتصف [OB]

إذن (CD) واسطة القطعة [OB].



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x + \ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(1-x) = -\infty$$

x	$-\infty$	1
$\ln(1-x)$		$+$

لأن f غير قابلة للاشتقاق على $x=1$

وبالتالي f يقبل مقارباً رأسياً $x=1$.

3- حساب المشتقة :

$$f'(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{1-x} \times \ln(1-x)$$

$$= \frac{x-x+1+\ln(1-x)}{1-x}$$

$$= \frac{x-\ln(1-x)}{x-1}$$

$$= \frac{g(x)}{x-1}$$

x	$-\infty$	0	1
$f'(x)$		$+$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

4- الوضع النسيوي f و $y=x$

$$f(x)-y = \ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2$$

$$\ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2 = 0 \quad \text{نحل المعادلة}$$

$$\ln(1-x) \left(1 - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2 \right) = 0$$

$$\ln(1-x) = 0 \quad \text{أو} \quad 1 - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2 = 0$$

$$\ln(1-x) = \ln(1) \quad \text{أو} \quad \ln(1-x) = 2$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -e^2 + 1$$

$$f(x) = x + \ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln \sqrt{x^2}}{\sqrt{x}} \right)^2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$$

$$= 0$$

بـ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2$$

$$x = 1-x$$

نضع

$$x \rightarrow -\infty \Leftrightarrow x \rightarrow +\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 1-x + \ln(x) - \frac{1}{2} (\ln(x))^2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{1}{x} - 1 + \frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{2} \frac{(\ln(x))^2}{x} \right)$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{x} = 0$$

بـ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1-x) - \frac{1}{2} (\ln(1-x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1-x) \left(1 - \frac{1}{2} \ln(1-x) \right)$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1-x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \frac{1}{2} \ln(1-x) = -\infty$$

f يقبل فرعاً شديداً باتجاه

المستقيم $y=x$ بجوار $-\infty$

② رتبة العتالية u_n

$$u_0 = -1 \quad u_1 = -0,54$$

$$u_0 > u_1$$

نفترض أن $u_n > u_{n+1}$

ونريد أن $u_{n+1} > u_{n+2}$

$$u_n > u_{n+1}$$

و f تنازلية على $] -\infty, 0[$

$$f(u_n) > f(u_{n+1})$$

$$u_{n+1} > u_{n+2}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > u_{n+1}$$

وعليه فإن u_n تناقصية.

3- نهاية u_n :

* u_n تناقصية ومحدودة بـ $1-e^2$

إذن u_n متقاربة

$$u_n \rightarrow l \text{ حيث } l \in \mathbb{R} \quad \text{متصلة على}$$

$$]1-e^2, 0[$$

إذن f متصلة على $]1-e^2, 0[$

$$f(]1-e^2, 0[) =]1-e^2, 0[$$

$$f(]1-e^2, 0[) \subset]1-e^2, 0[$$

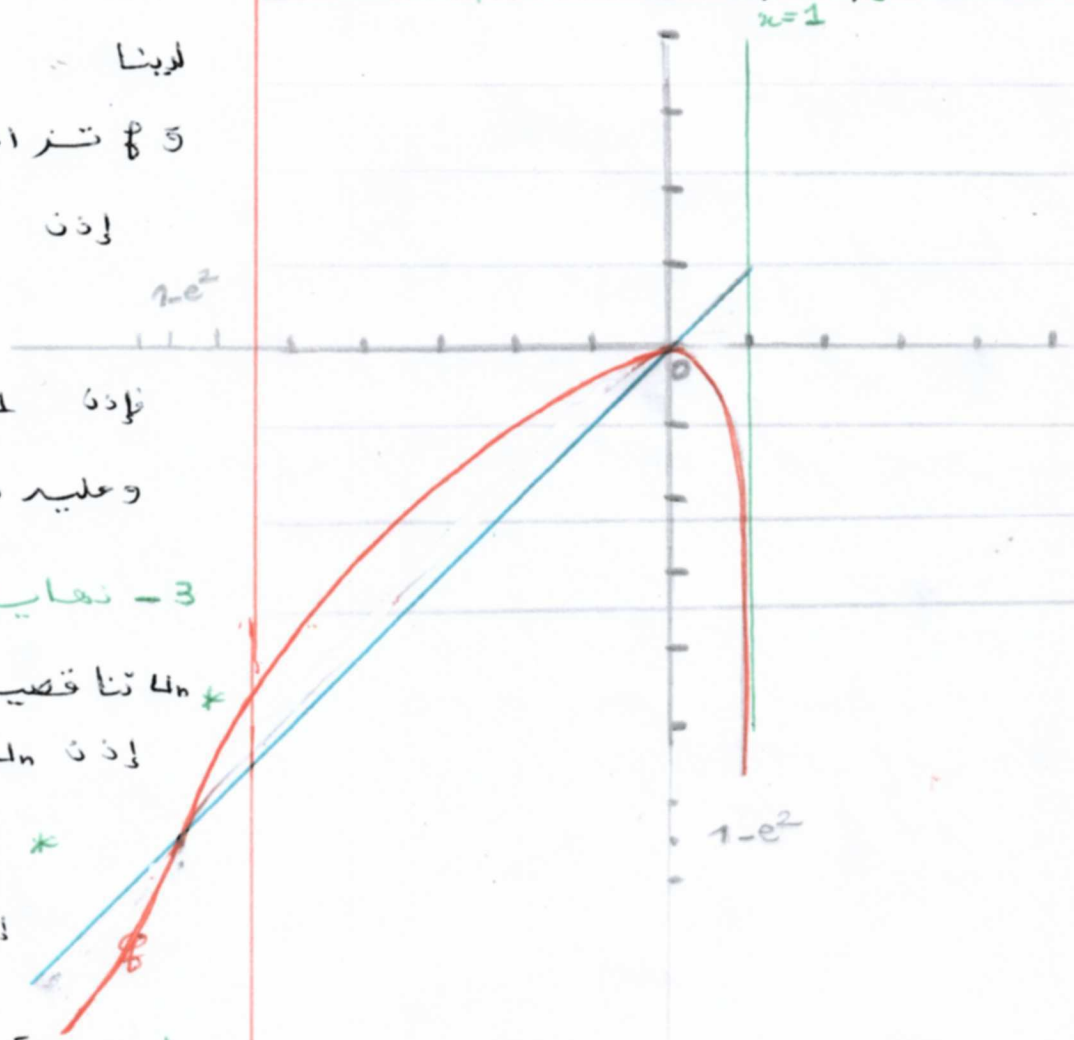
نماية u_n هي حل للمعادلة $f(x) = x$

حسب المنحنى: $x = 1-e^2$; $x = 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \quad \text{إذن}$$

الجزء: جميع حاكة

x	$-\infty$	$1-e^2$	0	1	
$f(x) - y$	-	0	+	0	-
الوضع النسبي لـ f و $y=x$	f تحت $y=x$	f فوق $y=x$	f فوق $y=x$	f تحت $y=x$	



الجزء 03

1- نبين أن $1-e^2 < u_n < 0$

$$(v) \quad 1-e^2 < u_0 = -1 < 0 \quad n=0$$

$$1-e^2 < u_n < 0 \quad \text{نفترض أن}$$

$$1-e^2 < u_{n+1} < 0 \quad \text{ونريد أن}$$

$$1-e^2 < u_n < 0. \quad \text{لدينا}$$

و f دالة تنازلية على $]1-e^2, 0[$

$$f(1-e^2) < f(u_n) < f(0) \quad \text{إذن}$$

$$1-e^2 < u_{n+1} < 0$$