

## Définition

Soient  $f$  une fonction continue sur  $I$  et  $F$  une primitive de  $f$  sur  $I$  et  $a$  et  $b$  deux éléments de  $I$

- L'intégrale de  $f$  de  $a$  à  $b$  est le nombre réel :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

## Propriétés

- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_a^b k dx = k(b - a)$
- $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$  (relation de Chasles)
- $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$  (la linéarité)
- $\int_a^b K f(x) dx = K \int_a^b f(x) dx$

## L'intégrale et l'ordre

- $\forall x \in [a, b] \quad f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$
- $\forall x \in [a, b] \quad f(x) \geq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

## La valeur moyenne

$f$  une fonction continue sur  $I$  et  $a$  et  $b$  deux éléments de  $I$  tel que  $b > a$

- Il existe un nombre  $c$  de  $[a, b]$  tel que  $f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$
- Le nombre  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$  appelé la valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$

## Intégration par parties

$$\int_a^b u(x) v'(x) dx = [u(x) v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x) v(x) dx$$

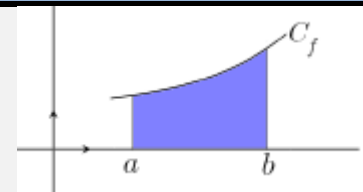
- Le choix de  $u$  (fonction à dériver) se fait selon l'ordre de L vers S

L	P	E	S
$\ln$	polynôme	$\exp$	$\sin ; \cos ; \tan$

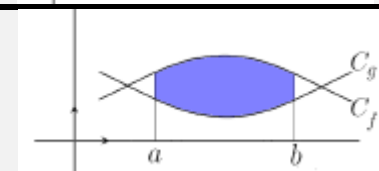
## Calcul des aires

- L'air du domaine délimité par  $(C_f)$  et l'axe des abscisses et les droites  $x = a$  et  $x = b$  est :  $\left( \int_a^b |f(x)| dx \right) ua$

- $ua$  est l'unité de l'air  $ua = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$



- L'air du domaine délimité par  $(C_f)$  et  $(C_g)$  et les droites  $x = a$  et  $x = b$  est  $\left( \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \right) ua$



## Calcul des volumes

- Le volume du solide engendré par la rotation de  $(C_f)$  autour de l'axe des abscisses un tour complet sur  $[a, b]$  est donné par  $\left( \int_a^b \pi (f(x))^2 dx \right) \times uv$

- $uv$  est l'unité de volume  $uv = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \times \|\vec{k}\|$

