

Définition	✓ \ln (logarithme népérien) est la primitive de $x \rightarrow \frac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$ et qui s'annule en 1 $\ln'(x) = \frac{1}{x} \quad \forall x \in]0, +\infty[$	$\ln(1) = 0$								
propriétés	✓ \ln est une fonction définie, continue et dérivable sur $]0, +\infty[$ ✓ \ln est une fonction strictement croissante sur $]0, +\infty[$ <ul style="list-style-type: none"> • $\ln(x) > \ln(y) \Leftrightarrow x > y$ • $\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$ • $\ln(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$ • $\ln(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ 	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\ln(x)$</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$\ln(x)$		-	+
x	0	1	$+\infty$							
$\ln(x)$		-	+							
Propriétés algébriques	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$ ▪ $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$ ▪ $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$ ▪ $\ln(x^r) = r \ln(x) \quad r \in \mathbb{Q}$ 	$(x, y \in]0, +\infty[)$								
Le nombre e	$\ln(e) = 1$ $e \approx 2,71$ $\ln(e^r) = r$ $r \in \mathbb{Q}$ $\Rightarrow \ln(x) = r \Leftrightarrow x = e^r$									

Les limites :

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = 0 \quad n \in \mathbb{N}^*$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0 \quad n \in \mathbb{N}^*$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$

La dérivation :

Si u est dérivable sur un intervalle I et ne s'annule pas sur I alors la fonction $x \rightarrow \ln|u(x)|$ est dérivable sur I et on a : $(\ln|u(x)|)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

La fonction logarithme de base a :

Définition	$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$ avec a un réel strictement positif et différent de 1
Résultats	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a(a) = 1$ • $\log_e(x) = \ln(x)$ • $\log_a(a^r) = r$
Logarithme décimal	<p>Est La fonction logarithme de base 10 , on la note \log</p> <p>✓ $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$ $\log(10^r) = r$</p>