



## Primitive d'une fonction sur une intervalle

### 1 Définitions et Propriétés

Soit  $f$  une fonction numérique définie sur l'intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$

- \*  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur  $I$  Si  $\left\{ \begin{array}{l} F \text{ est dérivable sur } I \\ \forall x \in I ; F'(x) = f(x) \end{array} \right.$
- \* Si  $F$  est une fonction primitive de la fonction  $f$  sur  $I$  alors toute les fonction  $G$  définie sur  $I$  avec  $G(x) = F(x) + k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ) sont des fonctions primitives de  $f$  sur  $I$
- \* Il existe une unique fonction Primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $I$  ; avec  $(x_0 \in I; y_0 \in \mathbb{R}) ; F(x_0) = y_0$
- \* Toute fonction continue sur un intervalle sur un intervalle  $I$  admet une au moins une primitive sur  $I$
- \* La fonction  $k \times F + G$  est une primitive de la fonction  $k \times f + g$  sur  $I$

### 2 Primitives des fonctions usuelles et les opérations sur les fonctions.

La fonction $f$	La fonction primitive $F$	..
$a$	$ax + k$	$(k \in \mathbb{R})$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$n \in \mathbb{Q}^* \text{ et } n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$	$x > 0$
$e^x$	$e^x + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x) + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos(x)$	$-\sin(x) + k$	$x \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x) + k$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a} \times \cos(ax + b)$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a} \times \sin(ax + b)$	$x \in \mathbb{R}$
$v' + u'$	$v + u$	
$\frac{v'}{\sqrt{v}}$	$2\sqrt{v}$	$\forall x \in \mathbb{I} ; v(x) \geq 0$
$\frac{v'}{v^2}$	$-\frac{1}{v}$	$\forall x \in \mathbb{I} ; v(x) \neq 0$
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	$\forall x \in \mathbb{I} ; v(x) \neq 0$
$v'v^r \text{ avec } r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\}$	$\frac{v^{r+1}}{r+1}$	$\forall x \in \mathbb{I} ; v(x) \in \mathbb{R}$
$v' \times u + u' \times v$	$u \times v$	$\forall x \in \mathbb{I} ; v(x) \text{ et } u(x) \in \mathbb{R}$