Fonctions primitives

Définition	On dit que F est une fonction primitive de la fonction f sur un intervalle I , si F est dérivable sur I Et $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$
Propriétés	• Toute fonction continue sur un intervalle I admet une fonction primitive sur cet intervalle. • Si F est une fonction primitive de f sur I alors l'ensemble des fonctions primitives de f sur I est l'ensemble des fonction définie sur I par : $x \to F(x) + k$ avec $k \in \mathbb{R}$ • Soient x_0 de I et y_0 de $\mathbb{R}$, il existe une unique fonction primitive G de la fonction f sur I qui vérifie la condition : $G(x_0) = y_0$

Fonctions primitives des fonctions usuelles :

F est une fonction primitive de f sur l'intervalle I

f(x)	F(x)	L'intervalle I
0	c	$\mathbb{R}$
a	$ax + c$	$\mathbb{R}$
x^r $(r \in Q^*\backslash\{-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	$\mathbb{R}$ si $r > 0$ $\mathbb{R}^*$ si $r < 0$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + c$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$	$\mathbb{R}^{+*}$
$\cos x$	$\sin x + c$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x + c$	$\mathbb{R}$
$\cos(ax + b)$ $(a \in \mathbb{R}^*)$	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$	$\mathbb{R}$
$\sin(ax + b)$ $(a \in \mathbb{R}^*)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$	$\mathbb{R}$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + c$	$\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$ $k \in \mathbb{Z}$

lagdem.smhd@gmail.com

(suite)

f(x)	F(x)	L'intervalle I
$\frac{1}{x}$	$ln\lvert x\rvert + c$	$\mathbb{R}^*$
e^x	$e^x + c$	$\mathbb{R}$

Opérations sur les primitives :

F est une fonction primitive de f sur l'intervalle I

La fonction f	Primitive F de f	L'intervalle I
$U' + V'$	$U + V$	*l'intervalle où U et V sont dérivables*
$\alpha U'$	αU	*l'intervalle où U est dérivable*
$U' \times U^r$	$\frac{1}{r+1}U^{r+1}$	*l'intervalle où U est dérivable et U^r est définie*
$\frac{U'}{U^2}$	$\frac{-1}{U}$	*l'intervalle où U est dérivable et ne s'annule pas*
$\frac{U'}{\sqrt{U}}$	$2\sqrt{U}$	*l'intervalle où U est dérivable et strictement positive*
$\frac{U'}{U}$	$ln\lvert U\rvert$	*l'intervalle où U est dérivable et ne s'annule pas*
$U'e^U$	e^U	*l'intervalle où U est dérivable*