

Fonctions primitives

EL KYAL MOHAMED

➤ Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I

On dit que F est **une fonction primitive** de f sur I si :

- F est dérivable sur I
- $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

➤ Existence et unicité des primitives:

Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I

Si f admet une primitive F sur un intervalle I alors toute fonction G définie sur I par : $G(x) = F(x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$ est aussi une primitive de f sur I

Soit f une fonction admettant des primitives sur un intervalle I

soit x_0 un élément de I et y_0 un réel, Il existe une seule primitive F de f sur I

vérifiant la condition $F(x_0) = y_0$

➤ Propriété de linéarité des primitives :

Si F et G des fonctions primitives respectives de f et g sur un intervalle I

et si k un réel alors :

- $(F + G)$ est une fonction primitive de $(f + g)$ sur I
- kF est une fonction primitive de kf sur I

➤ **Formulaire: primitives des fonctions usuelles :**

$f(x)$	$F(x)$
$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$
x	$\frac{1}{2}x^2 + k$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + k$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$
e^x	$e^x + k$
$\sin x$	$-\cos x + k$
$\cos x$	$\sin x + k$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$k \in \mathbb{R}$

➤ **Primitives des fonctions composés :**

$f(x)$	$F(x)$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + k$
$u'(x) \times [u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + k$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x) + k$
$u'(x) \times e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + k$
$u'(x) \times \sin[u(x)]$	$-\cos[u(x)] + k$
$u'(x) \times \cos[u(x)]$	$\sin[u(x)] + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$k \in \mathbb{R}$