



Généralité sur les suites avec : $(u_n)_{n \geq n_0}$ est une suite son premier terme est u_{n_0}		
Notions	Caractères de la suite	Définitions et théorèmes
Majorée minorée bornée	$(u_n)_{n \geq n_0}$ majorée	$\forall n \geq n_0; u_n \leq M$ (ou $\forall n \geq n_0; u_n < M$)
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ minorée	$\forall n \geq n_0; m \leq u_n$ (ou $\forall n \geq n_0; m < u_n$)
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ bornée	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est majorée et bornée (ou $\exists A \in \mathbb{R}^+; \forall n \geq n_0; u_n \leq A$ ou $(< A)$)
Monotonie	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est croissante	$\forall n \geq n_0 ; u_n \leq u_{n+1}$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est décroissante	$\forall n \geq n_0 ; u_n \geq u_{n+1}$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est constante	$\forall n \geq n_0 ; u_{n+1} = u_n$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est périodique de période $T \in \mathbb{N}^*$	$\forall n \geq n_0 ; u_{n+T} = u_n$
Suite arithmétique	$(u_n)_{n \geq n_0}$ sa raison $r \neq 0$ et son premier terme u_{n_0}	$\forall n \geq n_0 : u_{n+1} - u_n = r$
	Terme général	$\forall n \geq n_0 : u_n = u_{n_0} + (n - n_0)r$. (c.à.d. u_n en fonction de n)
	Propriété caractéristique	$\forall p \geq n_0 ; \forall q \geq n_0 ; u_q = u_p + (q - p)r$ (avec q et p de $\mathbb{N}$)
	La somme S_n	$S_n = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n = \left[\frac{u_n + u_p}{2} \right] \times (n - p + 1)$ $S_n = \frac{(\text{le premier terme}) + (\text{le dernier terme})}{2} \times (\text{nbre des termes})$
	Moyenne arithmétique	$u_i = a$ et $u_{i+1} = b$ et $u_{i+2} = c$ trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r on a : $a + b = 2c$
Suite géométrique	$(u_n)_{n \geq n_0}$ sa raison $q \neq 0$ et son 1 ^{er} terme u_{n_0}	$\forall n \geq n_0 : u_{n+1} = q \times u_n$
	Terme général	$\forall n \geq n_0 : u_n = u_{n_0} \times q^{(n - n_0)}$ (c.à.d. u_n en fonction de n)
	Propriété caractéristique	$\forall p \geq n_0 ; \forall q \geq n_0 : u_q = u_p \times q^{q-p}$ (avec q et p de $\mathbb{N}$)
	La somme S_n	$q \neq 1 : S = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n = \left[\frac{q^{(n-p+1)} - 1}{q - 1} \right] \times u_p$ $q = 1 : S = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p (n - p + 1)$
	Moyenne géométrique	$u_i = a$ et $u_{i+1} = b$ et $u_{i+2} = c$ trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q on a : $a \times c = b^2$



Limite d'une suite		
Limite Définition	On dit que la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est le réel ℓ si pour tout intervalle ouvert I de centre ℓ il existe un rang p tel que $\forall n \geq p$ on a $u_n \in I$ on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$.	
propriétés	- Si la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ a une limite alors cette limite est unique. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^i} = 0$ avec $(i \in \mathbb{N}^*)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - \ell) = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^i = +\infty$ avec $(i \in \mathbb{N}^*)$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty$. - Les propriétés des limites des fonctions restent valable pour les limites des suites. ❖ Exemple 1 : si $(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell')$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = \ell + \ell'$. ❖ Exemple 1 : si $(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty)$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n = -\infty$	
convergence d'une suite	Si la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est finie (c.à.d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$) on dit que la suite est convergente	
	Si la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est infinie (c.à.d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$) ou $(u_n)_{n \geq n_0}$ n'a pas de limite on dit que la suite est divergente	
	❖ Toute suite croissante et majorée est convergente . (càd la limite de la suite est fini) ❖ Toute suite décroissante et minorée est convergente .	
Les critères de convergence	$(u_n)_{n \geq n_0}$ et $(v_n)_{n \geq n_0}$ et $(w_n)_{n \geq n_0}$ trois suites tel que $\forall n \in \mathbb{N} ; n \geq p$ p entier donné on a : ❖ Critère 1 : si $(v_n \leq u_n \leq w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \ell$) alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$. $(\ell \in \mathbb{R})$ ❖ Critère 2 : si $(v_n \geq \alpha.u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$) alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$. (avec $\alpha > 0$) ❖ Critère 3 : si $(v_n \leq \alpha.u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$) alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$. (avec $\alpha > 0$) ❖ Critère 4 : si $(v_n - \ell \leq \alpha.u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$) alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell$. (avec $\alpha > 0$)	
Limites des suites particulières		
$u_n = q^n$	❖ Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$.	❖ Si $q = 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$.
	❖ Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$.	❖ Si $q \leq -1$ alors q^n n' pas de limite .
$u_n = n^r$	Si $r > 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = +\infty$.	Si $r < 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = 0$.
$v_n = f(u_n)$	f est une fonction continue en ℓ et $(u_n)_{n \geq n_0}$ est une suite tel que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ $(\ell \in \mathbb{R})$ alors : la suite $(v_n)_{n \geq n_0}$ définie par $v_n = f(u_n)$ est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = f(\ell)$.	
$u_{n+1} = f(u_n)$	f est une fonction et $(u_n)_{n \geq n_0}$ est une suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$. si on a : f est une fonction continue sur un intervalle I . $f(I) \subset I$. $u_{n_0} \in I$. - La suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est convergente vers ℓ . $(\ell \in \mathbb{R})$. Alors ℓ est solution de l'équation : $x \in I / f(x) = x$ (c.à.d. ℓ vérifie $\ell = f(\ell)$)	