Année scolaire : 2022 – 2023	Solution de l'examen national 2017 SR	AGOUZAL 2 BPCF - 2 BSVTF

Exercice 1 :

(S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$; (P): $y-z=0$

1) a) Montrer que le centre de (S) est $\Omega(1,1,1)$ et pour rayon 2.

(S) : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$

$\mathbf{a}=\frac{-2}{-2}$; $\mathbf{b}=\frac{-2}{-2}$; $\mathbf{c}=\frac{-2}{-2}$; $\mathbf{d}=-1$

Donc $\mathbf{a}=1$; $\mathbf{b}=1$; $\mathbf{c}=1$; $\mathbf{d}=-1$

$\mathbf{a}^2+\mathbf{b}^2+\mathbf{c}^2-\mathbf{d}=1^2+1^2+1^2+1=4>0$

Donc le centre de (S) est $\Omega(1;1;1)$ et $\mathbf{R}=\sqrt{4}=2$

D'où $\Omega(1;1;1)$ et $\mathbf{R}=2$

b) Calculer $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{P}))$ et en déduire que le plan (P) coupe la sphère suivant un cercle (C).

$\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{P}))=\frac{|1-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{0}{\sqrt{2}}=0$ donc $\Omega\in(\mathbf{P})$

$\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{P}))=0$ et $\mathbf{R}=2$ Donc $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{P}))<\mathbf{R}$

D'où le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C)

c – Déterminer le centre et le rayon du cercle (C).

Puisque $\mathbf{d}(\Omega,(\mathbf{P}))=0$ le plan (P) coupe la sphère selon le grand cercle de centre $\Omega(1;1;1)$ et de rayon $\mathbf{R}=2$.

2) Soit (Δ) la droite passant par le point A(1 ; -2 ; 2) et orthogonal au plan (P)

a) Montrer que $\vec{\mathbf{u}}(0,1,-1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ).

On a (Δ) est orthogonal au (P) et $\vec{\mathbf{u}}(0,1,-1)$ est un vecteur normal au plan (P) donc un vecteur directeur de (Δ)

b) Montrer que $\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|=\sqrt{2}\|\vec{\mathbf{u}}\|$ et en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.

$\overrightarrow{\Omega A}\begin{pmatrix}0\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{\mathbf{u}}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}=\begin{vmatrix}-3&1\\1&-1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}0&0\\1&-1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}0&0\\-3&1\end{vmatrix}\vec{k}=2\vec{i}$

$\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|=\sqrt{2^2}=2$ et $\sqrt{2}\|\vec{\mathbf{u}}\|=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$

D'où $\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|=\sqrt{2}\|\vec{\mathbf{u}}\|$.

On a $\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|=\sqrt{2}\|\vec{\mathbf{u}}\|$ donc $\frac{\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|}{\|\vec{\mathbf{u}}\|}=\sqrt{2}$

on sait que $\mathbf{d}(\Omega;(\Delta))=\frac{\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{\mathbf{u}}\|}{\|\vec{\mathbf{u}}\|}$ donc $\mathbf{d}(\Omega;(\Delta))=\sqrt{2}$

Donc $\mathbf{d}(\Omega;(\Delta))=\sqrt{2}$ et $\mathbf{R}=2$ donc $\mathbf{d}(\Omega;(\Delta))<\mathbf{R}$

D'où la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.

c) Déterminer les coordonnées de chaque point d'intersection de la droite (Δ) et de la sphère (S)

$$\begin{cases}\mathbf{x}=1\\ \mathbf{y}=-2+\mathbf{t}\\ \mathbf{z}=2-\mathbf{t}\\ (x-1)^2+(y-1)^2+(\mathbf{z}-1)^2=2^2\end{cases}$$

$(1-1)^2+(-2+t-1)^2+(2-\mathbf{t}-1)^2=4^2$

$\Leftrightarrow(t-3)^2+(1-\mathbf{t})^2=4^2$

$\Leftrightarrow\mathbf{t}^2-6\mathbf{t}+9+\mathbf{t}^2-2\mathbf{t}+1-4=0$

$\Leftrightarrow2\mathbf{t}^2-8\mathbf{t}+6=0\Leftrightarrow\mathbf{t}^2-4\mathbf{t}+3=0$

donc $\Delta=4$ donc $\mathbf{t}=1$ ou $\mathbf{t}=3$

Si t = 1 $\begin{cases}\mathbf{x}=1\\ \mathbf{y}=-2+1=-1\\ \mathbf{z}=2-1=1\end{cases}$ si t = 3 $\begin{cases}\mathbf{x}=1\\ \mathbf{y}=-2+3=1\\ \mathbf{z}=2-3=-1\end{cases}$

d'où $(\Delta)\cap(\mathbf{S})=\{\mathbf{E}(1;-1;1);\mathbf{F}(1;1;-1)\}$

Exercice 2 :

Un sac contient 10 boules, indiscernables au toucher.
5 boules blanches, 3 boules rouges et 2 boules vertes

1) Montrer que $\mathbf{P}(\mathbf{A})=\frac{8}{15}$ et $\mathbf{P}(\mathbf{B})=\frac{19}{70}$

5 B ; 3 R ; 2 V

On tire simultanément et au hasard 4 boules du sac

$\mathbf{Card}(\Omega)=\mathbf{C}_{10}^4=210$

A "parmi les 4 boules tirées une boule exactement est verte"

$2(\mathbf{V})$ $8(\overline{\mathbf{V}})$

$\mathbf{Card}(\mathbf{A})=\mathbf{C}_2^1\times\mathbf{C}_8^3=2\times56=112$

$\mathbf{P}(\mathbf{A})=\frac{\mathbf{Card}(\mathbf{A})}{\mathbf{Card}(\Omega)}=\frac{112}{210}=\frac{8}{15}$

B "parmi les 4 boules tirées trois boules sont exactement de même couleur "

$5(\mathbf{B})$ $5(\overline{\mathbf{B}})$ $3(\mathbf{R})$ $7(\overline{\mathbf{R}})$

$\mathbf{Card}(\mathbf{B})=\mathbf{C}_5^3\times\mathbf{C}_5^1+\mathbf{C}_3^3\times\mathbf{C}_7^1=57$

$\mathbf{P}(\mathbf{B})=\frac{\mathbf{Card}(\mathbf{B})}{\mathbf{Card}(\Omega)}=\frac{57}{210}=\frac{19}{70}$

2) Soit X la variable aléatoire liant chaque tirage au nombre de boules vertes tirées.

a) Montrer que $P(X=2)=\frac{2}{15}$

$2(V) \quad 8(\overline{V})$

$card(X=2)=C_2^2\times C_8^2=28$

$P(X=2)=\frac{card(X=2)}{Card(\Omega)}=\frac{28}{210}=\frac{2}{15}$

b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique E(X) est égale à $\frac{4}{5}$

$X(\Omega)=\{0;1;2\}$

$card(X=0)=C_8^4=70$

$P(X=0)=\frac{card(X=0)}{Card(\Omega)}=\frac{70}{210}=\frac{1}{3}$

$P(X=1)=P(A)=\frac{8}{15}$

k	0	1	2
P(X=k)	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

(On a $\frac{1}{3}+\frac{8}{15}+\frac{2}{15}=1$)

$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$

Exercice 3 :

1) Résoudre dans C : $z^2+4z+8=0$

$\Delta=4^2-4\times1\times8\Leftrightarrow\Delta=16-32\Leftrightarrow\Delta=-16$

Donc l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$z_1=\frac{-4+i\sqrt{16}}{2}=\frac{-4+4i}{2}=-2+2i$ et $z_2=\overline{z_1}=-2-2i$

D'où $S=\{-2-2i;-2+2i\}$

2) A, B et C d'affixes respectives :
a = –2 + 2i ; b = 4–4i ; c = 4 + 8i

a) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z′ l'affixe du point M′ image du point M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

Montrer que : $z'=-iz-4$

$R(M)=M'\Leftrightarrow z'=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-a)+a$

$\Leftrightarrow z'=\left(\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)(z+2-2i)-2+2i$

$\Leftrightarrow z'=-i(z+2-2i)-2+2i$

$\Leftrightarrow z'=-iz-2i-2-2+2i$

$\Leftrightarrow z'=-iz-4$

D'où $z'=-iz-4$

b) Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC.

$R(C)=B\Leftrightarrow b=-ic-4$?

$b=-i(4+8i)-4\Leftrightarrow b=-4i+8-4\Leftrightarrow b=4-4i$

D'où $R(C)=B$

On a $R(C)=B\Leftrightarrow\begin{cases}AC=AB\\(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$

D'où ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

3) a) Montrer que $|c-\omega|=6$

ω l'affixe du point Ω, milieu du segment $[BC]$

$\omega=\frac{b+c}{2}=\frac{4-4i+4+8i}{2}=4+2i$ donc $\omega=4+2i$

Donc $|c-\omega|=|4+8i-4-2i|=|6i|=6|i|=6$

D'où $|c-\omega|=6$

b) Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-\omega|=6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

$|z-\omega|=6\Leftrightarrow\Omega M=6 \qquad M(z) \quad \Omega(\omega)$

L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-\omega|=6$ est le cercle de centre Ω et de rayon 6.

On a $|c-\omega|=6\Leftrightarrow\Omega C=6$ or Ω est le milieu du segment $[BC]$ donc $\Omega B=\Omega C=6$

$|a-\omega|=|-2+2i-4-2i|\Leftrightarrow\Omega A=|-6|\Leftrightarrow\Omega A=6$

$\Omega A=\Omega B=\Omega C=6$

D'où l'ensemble des points M d'affixe z : tels que $|z-\omega|=6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 3 :

On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_{n+1}=\frac{1}{4}U_n+12 \quad \forall n\in\mathbb{N} \quad \text{et} \quad U_0=17$$

1) a) Montrer que : $U_n>16 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

Pour n = 0 on a $U_0=17$ donc $U_0>16$

Soit n ∈ ℕ supposons que $U_n>16$ et montrons que $U_{n+1}>16$ Puisque $U_n>16$ donc

$U_n>16\Leftrightarrow\frac{1}{4}U_n>\frac{1}{4}\times16$

$\Leftrightarrow\frac{1}{4}U_n+12>4+12\Leftrightarrow U_{n+1}>16$

D'où $U_n>16 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante et en déduire que la suite (U_n) est convergente.

$U_{n+1}-U_n=\frac{1}{4}U_n+12-U_n$

$U_{n+1}-U_n=\frac{48-3U_n}{4}=\frac{3}{4}(16-U_n)$

On a $U_n>16$ donc $0>16-U_n$

$\frac{3}{4}(16-U_n)<0$ Donc $U_{n+1}-U_n<0$

d'où (U_n) est décroissante.

On a (U_n) est décroissante et minorée par 16.
D'où la suite (U_n) est convergente

2) On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = U_n - 16 \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

a) Montrons que (V_n) est une suite géométrique

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 16 = \frac{1}{4}U_n + 12 - 16$$
$$= \frac{1}{4}U_n - 4 = \frac{1}{4}(U_n - 16) = \frac{1}{4}V_n$$

Donc $V_{n+1} = \frac{1}{4}V_n$

D'où (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$

b) En déduire que $U_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

puis déterminer la limite de la suite (U_n).

On a (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ de premier terme $V_0 = \frac{U_0 - 1}{3 - U_0} = 1$

$$V_0 = U_0 - 16 = 17 - 16 = 1 \quad \text{et} \quad V_n = V_0\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

Donc $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ or $V_n = U_n - 16$

Donc $U_n = V_n + 16$

D'où $U_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\lim U_n = \lim(16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n) = 16 \quad \text{car} \quad -1 < \frac{1}{4} < 1$$

D'où $\lim U_n = 16$

c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n < 16{,}0001$

On a $U_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ et $16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n < 16{,}0001$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^n < 16{,}0001 - 16 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^n < 0{,}0001$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^n < 10^{-4} \Leftrightarrow \log\left(\frac{1}{4}\right)^n < \log 10^{-4}$$
$$\Leftrightarrow n\log\left(\frac{1}{4}\right) < -4\log 10 \Leftrightarrow -n\log(4) < -4$$
$$\Leftrightarrow n\log(4) > 4 \Leftrightarrow n > \frac{4}{\log(4)}$$
$$n > \frac{4}{\log(4)} \Leftrightarrow n > 6{,}6438$$

La plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n < 16{,}0001$ est n = 7

Problème :

I) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

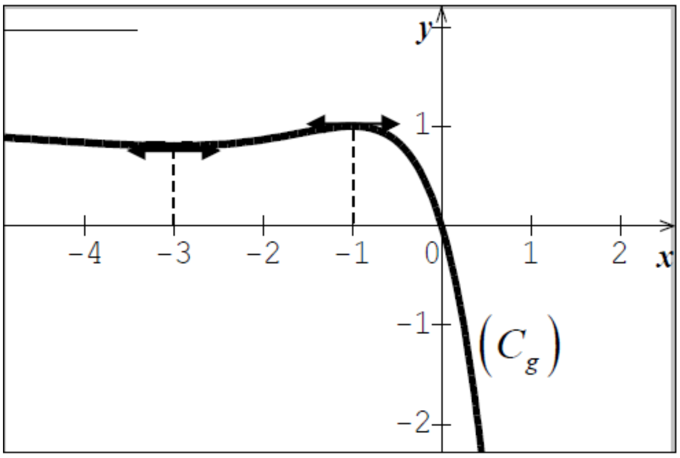
$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

1) Vérifier que $g(0) = 0$

$$g(0) = 1 - (0+1)^2 e^0 = 1 - 1 = 0$$

2) Montrer que $g(x) \le 0 \quad \forall x \in [0; +\infty[$ et $g(x) \ge 0 \quad \forall x \in]-\infty; 0]$

A partir de la courbe représentative(C_g) de la fonction g



On sait que (C_g) est en dessous de l'axe des abscisses sur $[0; +\infty[$ d'où $g(x) \le 0 \quad \forall x \in [0; +\infty[$

et (C_g) est au-dessus de l'axe des abscisses sur $]-\infty, 0]$ d'où $g(x) \ge 0 \quad \forall x \in]-\infty; 0]$

II) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm)

1) a) Vérifier que $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$

Pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$$x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x = x + 1 - 4\frac{x^2}{4}e^{\frac{2x}{2}} - e^x$$
$$= x + 1 - x^2e^x - e^x = x + 1 - (x^2+1)e^x = f(x)$$

D'où $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x+1-4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x = -\infty$$

Car $\lim\limits_{x\to-\infty} x+1=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

$$\lim_{x\to-\infty} 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 = 0\ ;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}} = \lim_{t\to-\infty} te^t = 0$$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)$ et en déduire que La droite (D) d'équation y = x + 1 est asymptote au voisinage de – ∞.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1) = \lim_{x\to-\infty} x+1-4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x-(x+1)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} -4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x = 0$$

Car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 = 0$

Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)=0$

On a $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)=0$ d' où la droite (D) d'équation y = x + 1 est asymptote au voisinage de – ∞.

$f(x)-(x+1) = -(x^2+1)e^x < 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Car $(x^2+1)>0$ et $e^x>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

D'où (C_g) est en dessous de la droite (D) sur $\mathbb{R}$

2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

(On pourra écrire f(x) sous forme $x\left[1+\frac{1}{x}-(x+\frac{1}{x})e^x\right]$)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left[1+\frac{1}{x}-(x+\frac{1}{x})e^x\right] = -\infty$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} (x+\frac{1}{x}) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\frac{1}{x} = 1$

et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -(x+\frac{1}{x})e^x = -\infty$

b) Montrer que (C_f) admet au voisinage de +∞ une branche parabolique dont on déterminera la direction

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left[1+\frac{1}{x}-(x+\frac{1}{x})e^x\right]}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} 1+\frac{1}{x}-(x+\frac{1}{x})e^x = -\infty$$

Car $\lim\limits_{x\to+\infty} -(x+\frac{1}{x})e^x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\frac{1}{x} = 1$

D'où $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$

la courbe (C) admet au voisinage de + ∞ une branche parabolique de direction des ordonnées

3) a) Montrer que : $f'(x) = g(x) \quad \forall x\in\mathbb{R}$

$f(x) = x+1-(x^2+1)e^x$

$f'(x) = 1-2xe^x-(x^2+1)e^x = 1-(x^2-2x+1)e^x$

$= 1-(x+1)^2e^x = g(x)$

D'où $f'(x) = g(x) \quad \forall x\in\mathbb{R}$

b) Montrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty;0]$ et décroissante sur $[0;+\infty[$ puis dresser le tableau de la fonction f sur R.

On a $f'(x)=g(x)$ or $g(x)\le 0 \quad \forall x\in[0;+\infty[$

Et $g(x)\ge 0 \quad \forall x\in]-\infty;0]$

$f'(x)\le 0 \quad \forall x\in[0;+\infty[$ donc f est décroissante sur $[0;+\infty[$

Et $f'(x)\ge 0 \quad \forall x\in]-\infty;0]$ donc f est croissante sur $]-\infty;0]$

X	0	0	+∞
f′(x)	–	0	+
f(x)	–∞ ↗	0	↘ –∞

c) Montrer que la courbe (C_f) admet deux points d'inflexions d'abscisses – 3 et – 1

On a $f'(x) = g(x)$

Donc

$f''(x) = g'(x) = -2(x+1)e^x-(x+1)^2e^x$

$f''(x) = (x+1)e^x(-2-x-1) = (x+1)(-x-3)e^x$

Or $e^x>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(-x-3)=0$

$\Leftrightarrow x+1=0$ ou $-x-3=0$

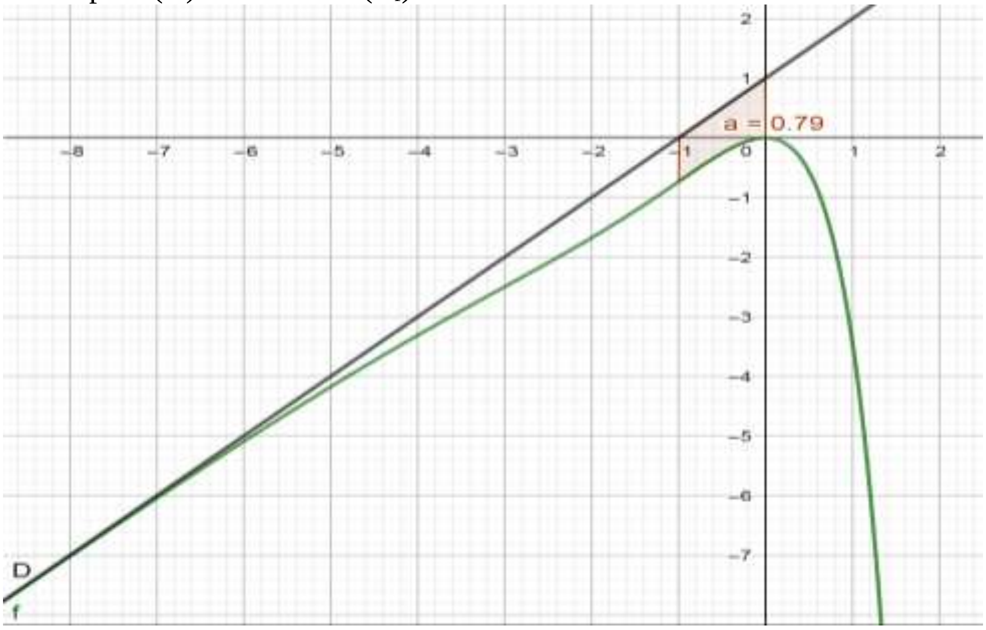
$\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=-3$

	- ∞		- 3		- 1		+ ∞
-x -3		+	0	–	|	–	
x + 1		–	|	–	0	+	
f ′′ (x)		–	0	+	0	–	

la courbe (C) admet deux points d'inflexions d'abscisses – 3 et – 1

AHMED AGOUZAL

4) Tracer dans le même repère (D) et la courbe (C_f).



5) a) Vérifier $\mathbf{H : x \to (x-1)e^x}$ est une fonction primitive de la fonction $\mathbf{h : x \to xe^x}$ sur R.

Puis montrer que $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathbf{xe^x dx = \frac{2}{e} - 1}$

$$\mathbf{H}'(\mathbf{x}) = \left((\mathbf{x}-1)\,e^{\mathbf{x}}\right)' = e^{\mathbf{x}} + (\mathbf{x}-1)\,e^{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$$

$$= (1+\mathbf{x}-1)\,e^{\mathbf{x}} = xe^{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$$

D'où H est une primitive de h sur $\mathbb{R}$ $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathbf{xe^x dx = \left[(x-1)e^x\right]_{-1}^{0} = -1 + 2e^{-1} = \frac{2}{e} - 1}$

D'où $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathbf{xe^x dx = \frac{2}{e} - 1}$

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_{-1}^{0} \mathbf{(x^2+1)e^x dx = 3(1-\frac{2}{e})}$$

$\mathbf{u(x) = x^2 + 1}$ $\qquad$ $\mathbf{u'(x) = 2x}$

$\mathbf{v'(x) = e^x}$ $\qquad$ $\mathbf{v(x) = e^x}$

$$\int_{-1}^{0} \mathbf{(x^2+1)e^x dx = \left[(x^2+1)e^x\right]_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} 2xe^x dx}$$

$$\mathbf{= 1 - 2e^{-1} - 2\int_{-1}^{0} xe^x dx = 1 - 2e^{-1} - 2(\frac{2}{e} - 1)}$$

$$\mathbf{= 3 - 6e^{-1} = 3(1-\frac{2}{e})}$$

D'où $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathbf{(x^2+1)e^x dx = 3(1-\frac{2}{e})}$

c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D) l'axe des ordonnées et la droite $x = -1$

$$\mathbf{A = \int_{-1}^{0} (x+1-f(x))dx \times 2cm \times 2cm}$$

$$\mathbf{A = \int_{-1}^{0} (x^2+1)\,e^x\, dx \times 4cm^2 = 3(1-\frac{2}{e})4cm^2}$$

D'où $\mathbf{A = 12(1-\frac{2}{e})cm^2}$