Groupe scolaire Inisse	EPREUVE DE MATHEMATIQUES	Date : 25/11/2016
	CONTROLE CONTINU N° 2	2 Bac : SP
		Durée : 2h

EXERCICE 1 : (les questions de cet exercice sont indépendantes)

2pts 1) Simplifier les nombres suivants :

$$A = 3\ln\left(e^2\right) + 2\ln\left(\sqrt{e}\right)$$

$$B = \ln\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right) - \ln(2)$$

2pts 2) Soit f la fonction numérique définie par : $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

Montrer que le point $\Omega\left(\frac{1}{2};0\right)$ est un centre de symétrie de la courbe $\left(C_f\right)$

4pts 3) résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

$a)$ $2\ln(x-3) = \ln(x+3)$; $b)$ $1 - 2\ln(x) = 0$; $c)$ $\frac{\ln(x)}{2-x} \prec 0$

d) $2\ln^2(x) + 3\ln(x) - 5 \prec 0$

3pts 4) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle I dans les cas suivants :

a) $\begin{cases} f(x) = x\ln(x) \\ I =]0,+\infty[\end{cases}$; b) $\begin{cases} f(x) = x - \ln^3(x) \\ I =]0,+\infty[\end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ I =]0,+\infty[\end{cases}$

4pts 5) Calculer les limites suivantes :

$a)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{2x^2+1}{x^2+4}\right)$; $b)$ $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{x-\ln(x)}{1+2\ln(x)}$ $c)$ $\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$

$d)$ $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x} - \ln(x)$; $e)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - \ln(x)$; f) $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln^2(x)$

EXERCICE 2 : (5pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f\ :\ x \mapsto \sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}$$

0 ,5pt 1) a) vérifier que f est une fonction paire

1 pt b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=0$ et interpréter géomètriquement le résultat

1pt 2) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que :

$$(\forall x\in\mathbb{R})\quad f'(x)=\frac{x\left(x^2-3\right)}{\left(1+x^2\right)\left(\sqrt{1+x^2}\right)}$$

0,5 pt b) Donner le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}^+$

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $\left[0,\sqrt{3}\right]$

0,5pt a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

0,5pt b) Calculer $g(1)$ et calculer $\left(g^{-1}\right)'\left(3\sqrt{2}\right)$

1pt 4) Construire dans un repère orthonormé $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_{g^{-1}}\right)$