

DEVOIR LIBRE (2BAC SVT-PC)

pr : YAHYA ASAAD

19 novembre 2020

EXERCICE I

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt{x-1}-1}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}-1}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 - x - 1} - 2x - 1$

EXERCICE II

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$ et à valeurs dans l'intervalle $[a, b]$ $(\forall x \in [a, b]; f(x) \in [a, b])$

Montrer que la fonction f admet au moins un point fixe
(c-à-d: $(\exists c \in [a, b]); f(c) = 0$)

EXERCICE III

On considère la fonction f définie sur $I = [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ par :

$$f(x) = x^2 - x \sin(x) - \cos(x)$$

1. Montrer que f est strictement croissante sur I .
2. Montrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle I tel que : $f(\alpha) = 0$.
3. A quel des intervalles $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ et $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ appartient-il le réel α ? Justifier la réponse.
4. Donner le tableau de signe de la fonction f sur I .

EXERCICE IV

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 + x$.

1. Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque g définie sur un intervalle J à déterminer .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction g .
3. $(\forall x \in \mathbb{R}) (g(x))^3 + g(x) = x$.
4. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+ : g(x) \leq x$
puis calculer la limite : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{(g(x))^3}$.

EXERCICE V

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{256} \times \sqrt[4]{64}}}{\sqrt[3]{1024} \times \sqrt[6]{64} \times 10^6}; B = \frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt{9})^3}{\sqrt[4]{27} \times \sqrt[3]{\sqrt{3}}}; C = \frac{\sqrt[4]{2048} \times \sqrt[4]{160000}}{\sqrt[8]{4096} \times \sqrt[3]{\sqrt[3]{256} \times \sqrt{512}}}$$

” DO MORE THAN JUST EXIST ”