

Lycée ANISSE

D.S. N° 1

1/2

2^{ème} B, A.C, S.P

Exercice n° 1.

(Les questions de l'exercice)
sont indépendantes.

6pts A) Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + x ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+x} - x ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+4x^2}{2x-x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{1+x^3} - 2x^2 ; \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$$

11pts B) 1) Classer suivant l'ordre croissant les
Nombres suivants :

$$\sqrt[6]{2} ; 2^{3/4}, \sqrt{3}$$

11pts 2) Simplifier le nombre $A = \frac{\sqrt[6]{64000000}}{\sqrt[3]{4} \times 2^{1/3} \times \sqrt{2}}$

C) Résoudre les équations suivantes :

$$\sqrt[3]{1-x} = x-1 ; (1+2x)^5 - 32 = 0$$

3pts Exercice n° 2 | on considère la fonction numérique
g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, x > 1 \\ g(x) = x + \sqrt{x^2 + 3}, x \leq 1 \end{cases}$$

2pts 1) Montrer que g est continue sur chacun des
intervalles : $] -\infty, 1]$ et $]1, +\infty[$

1pt 2) Est-ce que g est continue sur $\mathbb{R}$.

Lycee ANISSE

D.S. N° 1

2/2

2^{ème} B, A.C.S.P

Exercice n° 3 (3pts)

- 2pts 1) Montrer que l'équation $x^3 + 2x - 1 = 0$ admet une solution unique d dans $\mathbb{R}$ et que $0 < d < 1$.
- 1pt 2) Donner un encadrement de d d'amplitude $0,25$.

Exercice n° 4 (3pts)

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[1, +\infty[$ par :

$$f: x \mapsto x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}$$

- 0,25 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 0,15 2) Montrer que f est continue sur l'intervalle $[1, +\infty[$.

- 0,15 3) a) Montrer que :

$$(\forall x > 1) f'(x) = \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1} (\sqrt{x^2 - 1} + 1)} \right) (x^2 - 2)$$

- 0,15 b) déduire que f est strictement croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2}, +\infty[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[1, \sqrt{2}]$.

4) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[\sqrt{2}, +\infty[$.

- 0,15 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

- 0,25 b) Montrer que : $(\forall x \in [\sqrt{2}, +\infty[) g(x) = (\sqrt{x^2 - 1} - 1)^2$.

- 0,15 c) déduire $g^{-1}(x)$ pour tout x de J .