

## EXERCICES CORRIGÉS SUR LE TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

### EXERCICE N°1 :

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5,0 kV / 230 V ; 50 Hz est  $S = 21 \text{ kVA}$ . La section du circuit magnétique est  $s = 60 \text{ cm}^2$  et la valeur maximale du champ magnétique  $B = 1,1\text{T}$ .

L'essai à vide a donné les résultats suivants :

$$U_1 = 5000 \text{ V} ; U_{20} = 230 \text{ V} ; I_{10} = 0,50 \text{ A} \text{ et } P_{10} = 250 \text{ W}.$$

L'essai en court-circuit avec  $I_{2CC} = I_{2n}$  a donné les résultats suivants :

$$P_{1CC} = 300 \text{ W} \text{ et } U_{1CC} = 200 \text{ V}.$$

- 1- Calculer le nombre de spires  $N_1$  au primaire.
- 2- Calculer le rapport de transformation  $m$  et le nombre  $N_2$  de spires au secondaire.
- 3- Quel est le facteur de puissance à vide de ce transformateur ?
- 4- Quelle est l'intensité efficace du courant secondaire  $I_{2n}$  ?
- 5- Déterminer les éléments  $R_S$ ,  $Z_S$  et  $X_S$  de ce transformateur.
- 6- Calculer le rendement de ce transformateur lorsqu'il débite un courant d'intensité nominale dans une charge inductive de facteur de puissance 0,83.

### REPOSSE :

- 1- En utilisant le théorème de Boucherot :  $U_1 = 4,44 N_1 s f B$ , on en déduit :

$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 s f B} = \frac{5000}{4,44 \times 60 \left(10^{-2}\right)^2 \times 50 \times 1,1} = 3413 \text{ spires}$$

$$2- m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{230}{5000} = 0,046 \text{ et } m = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow N_2 = m.N_1 = 0,046 \times 3413 = 157 \text{ spires.}$$

$$3- P_{10} = P_F \text{ et } \cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_1 I_{10}} = \frac{250}{5000 \times 0,5} = 0,1$$

$$4- S = U_{1n} I_{1n} = U_{20} I_{2n} \text{ soit } I_{2n} = \frac{S}{U_{20}} = \frac{21 \cdot 10^3}{230} = 91,3 \text{ A.}$$

$$5- R_S = \frac{P_{1CC}}{I_{2CC}^2} = \frac{300}{91,3^2} = 36 \text{ m}\Omega$$

$$Z_S = \frac{m \cdot U_{1CC}}{I_{2CC}} = 0,1 \Omega$$

$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{0,1^2 - 0,036^2} = 94 \text{ m}\Omega.$$

- 7- Pour déterminer le rendement, il faut déjà déterminer la tension  $U_2$  aux bornes de la charge soit en utilisant la méthode graphique ( $U_{2v} = R_S I_2 + jX_S I_2 + U_2$ ) soit en utilisant l'expression approchée de la chute de tension :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_S I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_S I_2 \cdot \sin \varphi_2 \text{ soit}$$

$$\Delta U_2 = 36 \cdot 10^{-3} \times 91,3 \times 0,83 + 94 \cdot 10^{-3} \times 91,3 \times \sin(\cos^{-1} 0,83) = 7,51 \text{ V. On en déduit}$$

$U_2$  :

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 230 - 7,51 = 222,5 \text{ V. On calcule ensuite } P_2 \text{ et } P_1 :$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 222,5 \times 91,3 \times 0,83 = 16,86 \text{ kW} ;$$

$$P_1 = P_2 + P_F + P_C = 16,86 \cdot 10^3 + 250 + 300 = 17,41 \text{ kW} \text{ et } \eta = \frac{P_2}{P_1} = 96,8\%$$

### EXERCICE N°2 :

L'étude d'un transformateur monophasé a donné les résultats suivants :

Mesure en continu des résistances des enroulements à la température de fonctionnement :  $r_1 = 0,2 \Omega$  et  $r_2 = 0,007 \Omega$ .

$$\text{Essai à vide : } U_1 = U_{1n} = 2300 \text{ V} ; U_{20} = 240 \text{ V} ; I_{10} = 1,0 \text{ A et } P_{10} = 275 \text{ W.}$$

$$\text{Essai en court-circuit : } U_{1CC} = 40 \text{ V} ; I_{2CC} = 200.$$

- 1- Calculer le rapport de transformation  $m$ .
- 2- Montrer que dans l'essai à vide les pertes Joule sont négligeables devant  $P_{10}$ .
- 3- Déterminer la valeur de la résistance ramenée au secondaire  $R_S$ .
- 4- Calculer la valeur de  $P_{1CC}$ .
- 5- Déterminer  $X_S$ .
- 6- Déterminer par la méthode de votre choix, la tension aux bornes du secondaire lorsqu'il débite un courant d'intensité  $I_2 = 180 \text{ A}$  dans une charge capacitive de facteur de puissance 0,9.
- 7- Quel est alors le rendement.

### REPOSSE :

$$1- m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{240}{2300} = 0,104.$$

$$2- P_{10} = P_F + r_1 I_{10}^2. \text{ On montre que } r_1 I_{10}^2 \ll P_F \text{ donc } P_{1V} = P_F.$$

$$3- R_S = r_2 + m^2 r_1 = 0,007 + 0,104^2 \cdot 0,2 = 9,18 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

$$4- P_{1CC} = R_S I_{2CC}^2 = 9,18 \cdot 10^{-3} \times 200^2 = 367,1 \text{ W.}$$

$$5- \text{On calcule en premier } Z_S. Z_S = \frac{m \cdot U_{1CC}}{I_{2CC}} = \frac{0,104 \times 40}{200} = 20 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{(20 \cdot 10^{-3})^2 - (9,18 \cdot 10^{-3})^2} = 17,7 \text{ m}\Omega$$

$$6- \Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_S I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_S I_2 \cdot \sin \varphi_2 \text{ avec } \varphi_2 < 0 \text{ car charge capacitive.}$$

$$\Delta U_2 = 9,18 \cdot 10^{-3} \times 180 \times 0,9 - 17,7 \cdot 10^{-3} \times 180 \times \sin(\cos^{-1} 0,9) = 0,93 \text{ V}$$

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 240 - 0,93 = 239,9 \text{ V}$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 239,9 \times 180 \times 0,9 = 38,86 \text{ kW}$$

!! Ici, le courant  $I_2$  est différent que  $I_{2CC}$  !!

$$P_1 = P_2 + P_F + P_C = P_2 + P_F + R_S I_2^2 = 38,86 \cdot 10^3 + 275 + 9,18 \cdot 10^{-3} \times 180^2 = 39,44 \text{ kW}$$

$$\eta = 98,5\%$$

### EXERCICE N°3 :

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné les résultats suivants :

Essai à vide sous tension primaire nominale :

$$U_{1n} = 2,20 \text{ kV} ; f = 50 \text{ Hz} ;$$

Valeur efficace de l'intensité du courant mesuré au primaire :

$$U_{20} = 230 \text{ V} ;$$

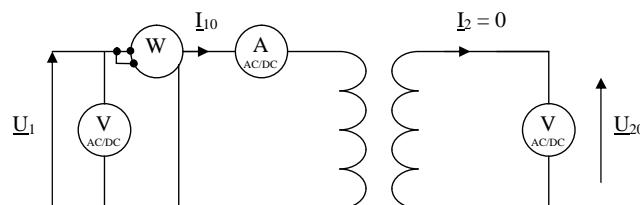
Puissance active mesurée au primaire :

$$P_{10} = 700 \text{ W} ;$$

Essai en court-circuit sous tension primaire réduite :

$$U_{1cc} = 130 \text{ V} ; I_{2cc} = 200 \text{ A} \text{ et } P_{1cc} = 1,50 \text{ kW.}$$

- 1- Proposer un schéma de câblage du transformateur permettant lors de l'essai à vide, avec tous les appareils pour mesurer  $I_{10}$ ,  $U_{20}$ ,  $P_{10}$  en indiquant le type d'appareil choisi.



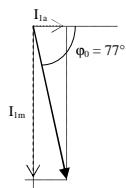
- 2- Calculer le rapport de transformation m:

$$m = \frac{U_{20}}{U_{1n}} = \frac{230}{2200} = 0,104$$

- 3- Calculer le facteur de puissance du transformateur lors de l'essai à vide :

$$P_{10} = U_{10} \cdot I_{10} \cdot \cos \phi_{10} \Rightarrow \cos \phi_{10} = \frac{P_{10}}{U_{10} \cdot I_{10}} = \frac{700}{2200 \times 1,5} = 0,212$$

- 4- On note  $I_{1m}$  la valeur efficace de la composante réactive de l'intensité  $I_{10}$ . Calculer  $I_{1m}$  (appelé parfois courant magnétisant).

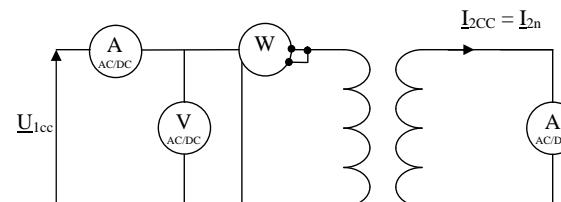


La composante magnétisante  $I_{1m}$  est :

$$I_{1m} = I_{10} \cdot \sin \phi_{10} = 1,5 \times \sin(77^\circ) = 1,46 \text{ A}$$

- 5- On appelle  $R_s$  la résistance des enroulements ramené au secondaire et  $X_s$  la réactance ramenée au secondaire.

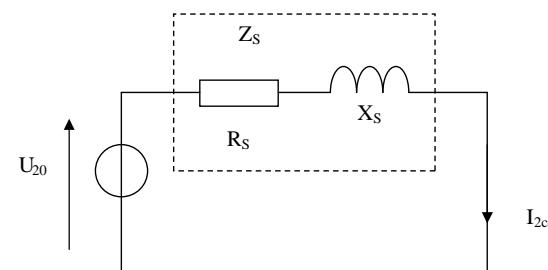
- a- Proposer un schéma de câblage du transformateur lors de l'essai en court-circuit, avec tous les appareils permettant de mesurer  $U_{1cc}$ ,  $I_{1cc}$ ,  $P_{1cc}$ .



- b- Pourquoi cet essai est-il réalisé sous tension primaire réduite ?

Le secondaire étant court-circuité, seule la résistance de l'enroulement du secondaire limite l'intensité du courant  $I_{2cc}$ . Comme cette résistance est très faible, il suffit d'une tension primaire réduite ( $U_2 = mU_1$ ) pour obtenir une intensité de court-circuit égale à l'intensité nominale.

- c- Faire un schéma électrique équivalent du transformateur ramené au secondaire pour cet essai ; y porter toutes les grandeurs électriques.



- d- Que représente la puissance active  $P_{1cc}$  lors de cet essai ?

Cette puissance représente les pertes par effet Joule ou pertes cuivres.

- e- Calculer  $R_s$ .

$$P_{1cc} = R_1 \cdot I_{1cc}^2 + R_2 \cdot I_{2cc}^2$$

or

$$I_{1cc} = m \cdot I_{2cc} \text{ d'où } P_{1cc} = m^2 \cdot R_1 \cdot I_{2cc}^2 + R_2 \cdot I_{2cc}^2 = (m^2 \cdot R_1 + R_2) I_{2cc}^2$$

$$P_{1cc} = R_s \cdot I_{2cc}^2 \text{ avec } R_s = m^2 \cdot R_1 + R_2.$$

$$\text{A.N. : } R_s = \frac{1500}{200^2} = 37,5 \text{ m}\Omega$$

f- Calculer le module de l'impédance  $Z_s$  ramené au secondaire. Montrer que

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} . \text{ Calculer } X_s.$$

$$E_s = Z_s \cdot I_{2cc}$$

$$\begin{cases} E_s = m \cdot U_{1cc} \\ I_{2cc} = \frac{I_{1cc}}{m} \end{cases} \Rightarrow mU_{1cc} = Z_s \cdot \frac{I_{1cc}}{m} \text{ soit } Z_s = m^2 \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

ou

$$Z_s = m \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

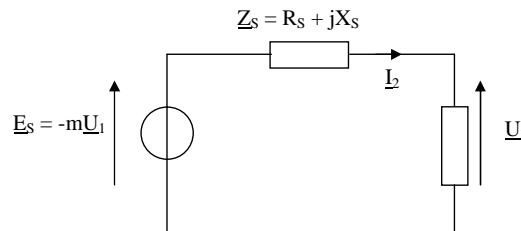
$$\text{A.N : } Z_s = 0,104 \cdot \frac{130}{200} = 67,9 \text{ m}\Omega \text{ et}$$

$$X_s = \sqrt{0,067^2 - 0,037^2} = 56,7 \text{ m}\Omega.$$

6- Le secondaire alimente maintenant une charge inductive de facteur de puissance 0,8.

$U_{1n} = 2,2 \text{ kV}$ . On relève  $I_{2n} = 200 \text{ A}$ .

a- Faire un schéma électrique équivalent du montage, le transformateur étant représenté par son modèle ramené au secondaire.



b- Calculer une valeur approchée de  $U_2$ .

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 230 - (0,0375 \times 200 \times 0,8 + 0,0567 \times 200 \times 0,6) = 217,2 \text{ V}$$

c- En déduire la puissance active fournie à la charge.

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2 = 217,2 \times 200 \times 0,8 = 34,75 \text{ kW}$$

d- Quel est la valeur des pertes dans le fer  $P_f$  ? ... des pertes Joules  $P_j$  ? et calculer la puissance active  $P_1$ .

Comme le transformateur fonctionne sous les grandeurs nominales et que l'essai à vide s'est fait sous ces grandeurs,  $P_f = 700 \text{ W}$ .

Idem pour les pertes Joules :  $P_j = 1500 \text{ W}$

D'où  $P_1 = P_f + P_j + P_2 = 700 + 1500 + 34751 = 36,95 \text{ kW}$ .

e- Calculer le rendement du transformateur  $\eta$  :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{34,75}{36,95} = 94\%$$

#### EXERCICE N°4 :

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné :

- A vide :  $U_1 = 220 \text{ V}$ , 50 Hz (tension nominale du primaire) ;

$$U_{20} = 44 \text{ V} ; P_{10} = 80 \text{ W} \text{ et } I_{10} = 1 \text{ A}.$$

- En continu au primaire ;  $U_1 = 5 \text{ V}$  ;  $I_1 = 10 \text{ A}$ .

- En court-circuit :  $U_{1cc} = 40 \text{ V}$  ;  $P_{1CC} = 250 \text{ W}$  ;  $I_{1CC} = 20 \text{ A}$  (courant nominale primaire).

1.1 Déterminer le rapport de transformation, et le nombre de spires du secondaire si l'on en compte 520 au primaire.

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{44}{220} = 0,2 \text{ et } N_2 = m \cdot N_1 = 0,2 \times 520 = 104 \text{ spires}$$

1.2 Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide. En admettant que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables dans l'essai en court circuit.

$$\text{Calcul de } R_1 : R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{5}{10} = 0,5 \Omega$$

Les pertes mesurées lors de l'essai à vide sont :  $P_{10} = P_f + R_1 \cdot I_{10}^2$

Soit  $P_f = P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 = 80 - 0,5 \times 1^2 = 79,5 \text{ W}$  (les pertes Joule pour cet essai sont négligeables ; elles représentent 1% des pertes!).

Les pertes mesurées lors de l'essai en court circuit sont :  $P_{1CC} = P_C + P_f$

$$\text{Or, } P_f = k \cdot U_1^2 \Rightarrow k = \frac{P_f}{U_1^2} = \frac{80}{220^2} = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ (pour l'essai à vide).}$$

Pour l'essai en court-circuit :  $U_{1cc} = 40 \text{ V}$  d'où  $P_f = 1,65 \cdot 10^{-3} \cdot 40^2 = 2,64 \text{ W}$ .

Soit,  $P_j = P_{1CC} - P_f = 250 - 2,64 = 247,4 \text{ W}$  (les pertes fer pour cet essai représentent 1% des pertes totales, donc elles sont négligeables).

1.3 Déterminer les valeurs de  $X_s$  et  $R_s$ .

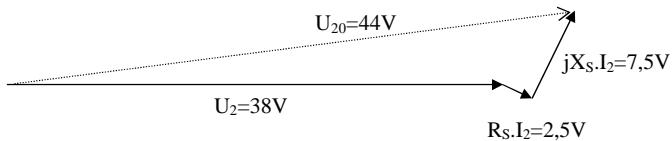
$$P_{1cc} = R_s \cdot I_{2cc}^2 \Rightarrow R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} = m^2 \cdot \frac{P_{1CC}}{I_{1cc}^2} = 0,2^2 \cdot \frac{250}{20^2} = 25 \text{ m}\Omega$$

$$mU_{1cc} = Z_s \cdot \frac{I_{1cc}}{m} \Rightarrow Z_s = m^2 \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}} = 80 \text{ m}\Omega \text{ d'où}$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{(80 \cdot 10^{-3})^2 - (25 \cdot 10^{-3})^2} = 76 \text{ m}\Omega$$

2- Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0,9 (charge inductive).

2.1 Déterminer graphiquement la tension secondaire du transformateur. En déduire la puissance délivrée au secondaire.



$$U_2 = 44 - (2,5 \times 0,9 + 7,5 \times 0,4) = 38,4V$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 38,4 \times 100 \times 0,9 = 3,46kW$$

2.2 Déterminer la puissance absorbée au primaire, ainsi que le facteur de puissance.

$$P_1 = P_f + P_C + P_2 = 80 + 250 + 3460 = 3,78kW$$

et

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{U_1 \cdot I_1} = \frac{3786}{220 \cdot 20} = 0,86$$

#### EXERCICE N°5 :

L'étude d'un transformateur monophasé 1500V, 225V, 50 Hz de puissance apparente 44 kVA, a donné les essais suivants :

- Essai en continu au primaire :
  - $U_1 = 2,5V ; I_1 = 10A ;$
- Essai à vide :
  - $U_1 = 1500V ; I_{10} = 2A ; U_{20} = 225 V ; P_{10} = 300W ;$
- Essai en court-circuit :
  - $U_{1cc} = 22,5V ; I_{1cc} = 22,5 A ; P_{1cc} = 225W.$

1- Déterminer le rapport de transformation :

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{225}{1500} = 0,150$$

2.a- Calculer la composante active du courant lors de l'essai à vide :

$$I_{10a} = I_{10} \cdot \cos \varphi_{10} = I_{1v} \cdot \frac{P_{10}}{U_{10} \cdot I_{10}} = 2 \times 0,1 = 0,2A$$

2.b- Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide :

$$\text{Calcul de } R_1 : R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2,5}{10} = 0,25\Omega$$

Les pertes mesurées lors de l'essai à vide sont :  $P_{1v} = P_f + R_1 \cdot I_{1v}^2$

Soit  $P_f = P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 = 300 - 0,25 \times 2^2 = 299W$  (les pertes Joule pour cet essai sont négligeables ; elles représentent 0,33% des pertes !).

2.c- Montrer que les pertes fer sont négligeables dans l'essai en court circuit, en admettant qu'elles sont proportionnelles au carré de la tension primaire.

Les pertes mesurées lors de l'essai en court circuit sont :  $P_{1cc} = P_C + P_f$

$$\text{Or, } P_f = k \cdot U_1^2 \Rightarrow k = \frac{P_f}{U_1^2} = \frac{300}{1500^2} = 0,133 \cdot 10^{-3} \text{ (pour l'essai à vide).}$$

Pour l'essai en court-circuit :  $U_{1cc} = 22,5V$  d'où  $P_f = 0,133 \cdot 10^{-3} \cdot 22,5^2 = 67,5mW$ .

Soit,  $P_j = P_{1cc} - P_f = 225 - 0,675 = 224,9W$  (les pertes fer sont négligeables).

3- Calculer les éléments  $R_S$  et  $X_S$  des enroulements ramenés au secondaires.

$$P_{1cc} = R_S \cdot I_{2cc}^2 \Rightarrow R_S = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} = m^2 \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = 0,150^2 \cdot \frac{225}{22,5^2} = 10m\Omega$$

$$mU_{1cc} = Z_S \cdot \frac{I_{1cc}}{m} \Rightarrow Z_S = m^2 \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}} = 0,150^2 \cdot \frac{22,5}{22,5} = 22,5m\Omega \text{ d'où}$$

$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{(22,5 \cdot 10^{-3})^2 - (10 \cdot 10^{-3})^2} = 20,2m\Omega$$

4- Le transformateur alimenté au primaire sous une tension  $U_1 = 1500 V$  débite un courant constant d'intensité  $I_2 = 200A$ , quelque soit la charge.

a- Déterminer la valeur de  $\varphi_2$ , déphasage entre courant et tension secondaire, pour que la chute de tension soit nulle.

$$\Delta U_2 = 0 \Leftrightarrow R_S I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_S I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 0$$

$$\frac{\sin \varphi_2}{\cos \varphi_2} = \tan \varphi_2 = - \frac{R_S}{X_S}$$

$$\text{soit } \varphi_2 = - \arctan \left( \frac{10}{20,2} \right) = -26^\circ$$

b- Déterminer la chute de tension relative pour  $\cos \varphi_2 = 0,8$ .

$$\Delta U_2 = (0,01 \times 200 \times 0,8 + 0,02 \times 200 \times 0,6) = 4V$$

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 225 - 4 = 221V$$

$$\frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = 1,8\%$$

5- Déterminer le rendement .

$$P_2 = 221 \cdot 200 \cdot 0,9 = 39,78kW$$

$$P_1 = P_f + P_j + P_2 = 300 + 10 \cdot 10^{-3} \cdot 200^2 + 221 \cdot 200 \cdot 0,9 = 40,48kW$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{39,78}{40,48} = 98,2\%$$