

Résumé du cours

L'expression instantanée d'une tension alternative sinusoïdale s'écrit :

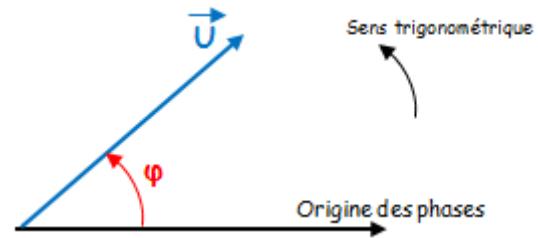
$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{avec :}$$

- $\hat{U} = U\sqrt{2}$ est la **valeur maximale** ou **amplitude** de u .
- U est la **valeur efficace** de u .
- ω est la **pulsation** ou **vitesse angulaire** en rad/s : $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ avec $f = 1/T$.
- f est la **fréquence** en Hertz et T est la **période** en seconde (s).
- $\omega t + \varphi$ est la **phase** à l'instant t exprimée en radian.
- φ est la **phase à l'origine** ($t = 0$).

Représentation de Fresnel

Toute grandeur sinusoïdale (tension ou courant) sera représentée par un **vecteur de longueur sa valeur efficace et d'angle sa phase à l'origine**.

Grandeur sinusoïdale	Vecteur de Fresnel associé
$u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$	\vec{U}
Valeur efficace : U	Norme : $\ \vec{U}\ = U$
Phase à l'origine : φ	Angle φ



Représentation complexe

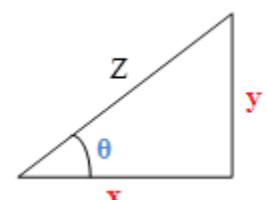
À toute grandeur sinusoïdale, on peut associer le nombre complexe noté Z (lettre majuscule soulignée) que l'on peut exprimer :

soit sous la forme algébrique (cartésienne ou rectangulaire) : $Z = x + jy$

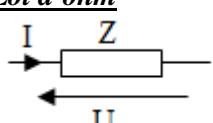
soit sous la forme trigonométrique (ou polaire) : $Z = [Z ; \theta]$

$$Z = [Z, \theta] = Z \cos \varphi + j Z \sin \varphi \text{ et } Z = x + j y = [\sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \operatorname{tg}^{-1}(y/x)]$$

où : Z module, θ argument, x partie réelle, y partie imaginaire



Loi d'ohm



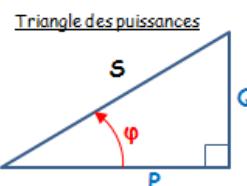
$$\begin{aligned} u(t) &= U\sqrt{2} \sin \omega t \\ i(t) &= I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) \\ \varphi &= (I, U) \end{aligned}$$

En valeur efficace : $U = Z \cdot I$
 Z est l'impédance du récepteur en Ω , elle dépend de la nature de ce dernier :

Les dipôles élémentaires	Impédance (Ω)	Tension efficace (V)	Déphasage φ
Résistance R	$Z = R$	$U = R \cdot I$	0
Inductance L	$Z = L\omega$	$U = L\omega \cdot I$	$\pi/2$
Condensateur C	$Z = 1/C\omega$	$U = I/C\omega$	$-\pi/2$

Les puissances et le facteur de puissance :

- Active : $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$
- Réactive : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$
- Apparente : $S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = U \cdot I$



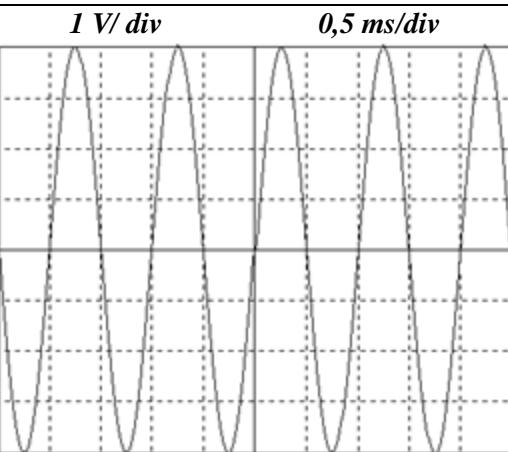
Un facteur de puissance $\cos \varphi$ faible entraîne :

- une augmentation du courant en ligne donc des pertes,
- une consommation davantage de l'énergie réactive.

Pour relever ce facteur on insère un condensateur C en parallèle avec la charge : $C = P (\tan \varphi - \tan \varphi') / U^2 \omega$

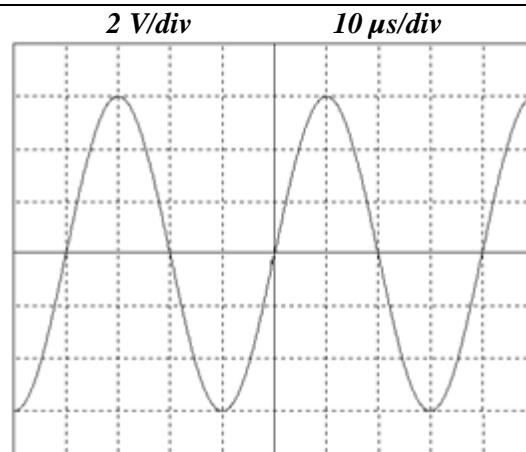
Activité 1

Tensions alternatives instantanées



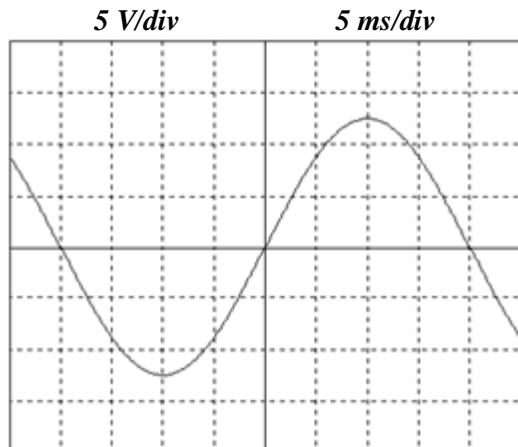
$$U_{eff} = \dots \quad U_{max} = \dots$$

$$T = \dots \quad f = \dots$$



$$U = \dots \quad U_{max} = \dots$$

$$T = \dots \quad f = \dots$$

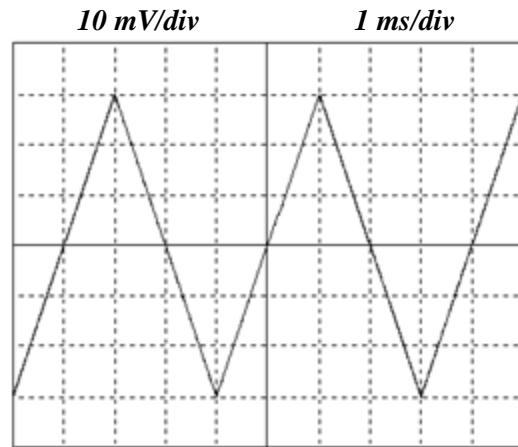


$$U = \dots$$

$$U_{max} = \dots$$

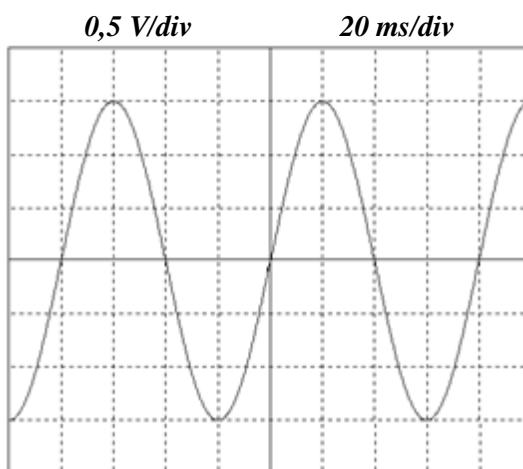
$$T = \dots$$

$$f = \dots$$



$$\text{Tension : } \dots \quad U_{max} = \dots$$

$$T = \dots \quad f = \dots$$

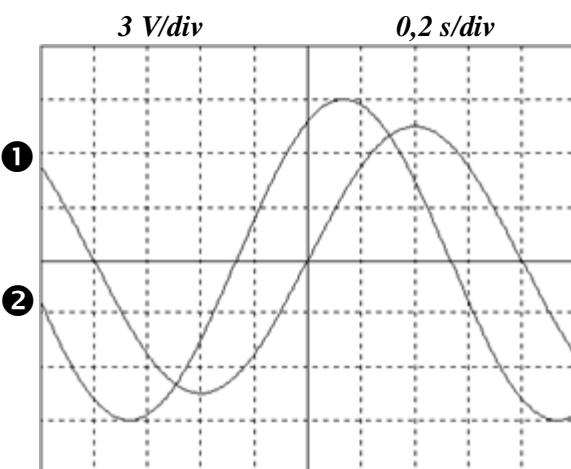


$$U_{max} = \dots$$

$$U = \dots$$

$$T = \dots$$

$$f = \dots$$



$$\textcircled{1} \begin{cases} U_1 = \dots \\ T_1 = \dots \end{cases} \quad U_{1max} = \dots \quad f_1 = \dots$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} U_2 = \dots \\ T_2 = \dots \end{cases} \quad U_{2max} = \dots \quad f_2 = \dots$$

$$\text{Déphasage } \varphi = \dots$$

Activité 2

Régime monophasé

EXERCICE 1 : Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 Hz. Calculer sa période et sa pulsation.

$$T = \dots \dots \dots$$

$$\omega = \dots \dots \dots$$

EXERCICE 2 : Un générateur délivre une tension alternative sinusoïdale de période 4 ms. Calculer sa fréquence et sa pulsation.

$$f = \dots \dots \dots$$

$$\omega = \dots \dots \dots$$

EXERCICE 3

Pour les intensités sinusoïdales : $i_1(t) = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi/2)$ et $i_2(t) = 3\sqrt{2} \sin(100\pi t - \pi/6)$

Représenter les vecteurs de Fresnel sur un même axe. Echelle : (1 cm pour 0,5 A)

Résultat :

$$I = \dots \dots \dots$$

$$\varphi = \dots \dots \circ$$

----- ► Origine des phases

Déduire l'expression de $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \dots \dots \dots$

EXERCICE 4 : Soient les deux tensions : $u_1(t) = 12\sqrt{2} \sin(200\pi t)$ et $u_2(t) = 8\sqrt{2} \sin(200\pi t + \pi/3)$

En utilisant la représentation de Fresnel, déterminer l'expression de la tension $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$.

Echelle : (1 cm pour 2 V)

Résultat :

$$U = \dots \dots \dots$$

$$\varphi = \dots \dots \circ$$

----- ► Origine des phases

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = \dots \dots \dots$$

EXERCICE 5 : Soient les deux courants sinusoïdaux :

$$i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(100\pi t) \quad \text{et} \quad i_2(t) = 7\sqrt{2} \sin(100\pi t - \pi/6)$$

Déterminer, en utilisant la construction de Fresnel l'expression de $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$. Echelle : (1cm pour 1A)

-----► Origine des phases

Résultat :
 $I = \dots\dots\dots$
 $\varphi = \dots\dots^\circ$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \dots\dots\dots$$

EXERCICE 6 : Une bobine est vendue avec les caractéristiques suivantes : $R = 6,8 \Omega$; $L = 0,23 H$. Calculer son impédance Z si on l'utilise sous une tension alternative sinusoïdale de fréquence **50 Hz**.

$$Z = \dots\dots\dots$$

EXERCICE 7 : Au bornes d'une bobine d'inductance $L = 0,12 H$ et de résistance $R = 12 \Omega$, on applique une tension de valeur instantanée $u(t) = 170 \sin(100\pi t)$.

1) Déterminer pour cette tension :

- a) sa fréquence $f = \dots\dots\dots$
- b) sa période $T = \dots\dots\dots$
- c) sa valeur efficace à l'unité près. $U = \dots\dots\dots$

2) Déterminer (arrondir au centième) :

- a) l'impédance de la bobine $Z = \dots\dots\dots$
- b) la valeur efficace de l'intensité du courant traversant la bobine $I = \dots\dots\dots$
- c) le déphasage φ en radians entre la tension et l'intensité du courant. $\varphi = \dots\dots\dots$

EXERCICE 8

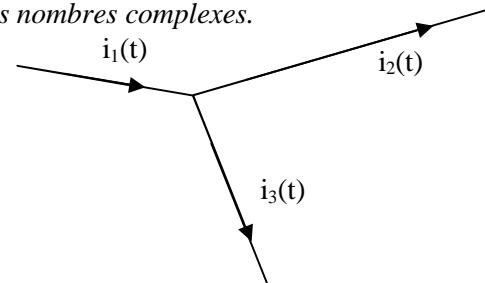
$$i_1(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/3)$$

$$i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - 5\pi/6)$$

1/ Déterminer $i_3(t)$ par la méthode des vecteurs de Fresnel et par la méthode des nombres complexes.

2/ Calculer φ_{i_1/i_2} , φ_{i_2/i_3} et φ_{i_1/i_3} .

La méthode des vecteurs de Fresnel. Echelle : (1cm pour 1A)



-----► Origine des phases

La méthode des nombres complexes.

$$I_1 = \dots\dots\dots$$

$$I_2 = \dots\dots\dots$$

$$I_3 = \dots\dots\dots$$

Soit $i_3(t) = \dots$

$\phi i_1/i_2 = \dots$, $\phi i_2/i_3 = \dots$ et $\phi i_1/i_3 = \dots$

EXERCICE 9 : On donne $U = 5 \text{ V}$, $f = 10 \text{ kHz}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

1/ Calculer Z , I , ϕ , U_R et U_C .

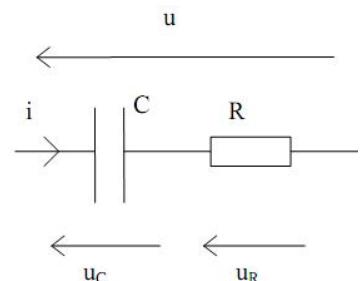
$Z = \dots$

$I = \dots$

$\phi = \dots$

$U_R = \dots$

$U_C = \dots$



2/ Comparer U et $U_R + U_C$. Commentaires ?

.....

3/ Pour quelle fréquence a-t-on $U_C = U_R$?

.....

EXERCICE 10 :

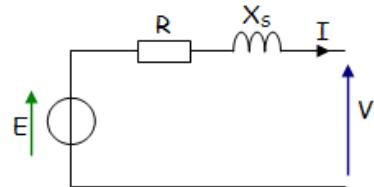
Sachant que le modèle électrique d'un générateur est comme ci-après :

$R = 0.5 \Omega$; $X_S = 8 \Omega$; $I = 5 \text{ A}$; $V = 230 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$ et $\phi_{I/V} = 30^\circ$.

1) Ecrire la loi de maille en déduire $E = f(R, X_S, I \text{ et } V)$

.....

.....



2) Déterminer, en utilisant la construction de Fresnel la valeur efficace de la f.e.m. E (on négligera R) :
Echelle : (1cm pour 23V)

$E = \dots$

----- ➔ Origine des phases

EXERCICE 11 :

Sachant que : $R = 440 \Omega$, $C = 1 \text{ nF}/63 \text{ V}$, $L = 100 \text{ mH}$ et $U = 5 \text{ V}$.

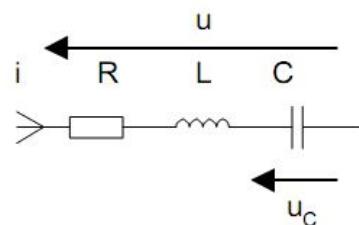
1/ Déterminer Z_{eq} .

.....

2/ En déduire $\phi_{i/u}$.

.....

.....


EXERCICE 12 :

Une installation monophasée 230 V, 50 Hz comporte :

- 30 lampes de type résistive de 100W chacune ;
- 2 moteurs de 2 kW, fonctionnant à pleine charge avec un facteur de puissance $\cos \varphi_2 = 0,78 \text{ AR}$ et un rendement $\eta_2 = 0,80$.

Ces différents appareils fonctionnent simultanément.

1. Calculer les puissances active et réactive consommées par chaque moteur :

.....

2. Quelles sont les puissances active, réactive et apparente consommées par l'installation ?

	Puissance active P (W)	Puissance réactive Q (VAR)	Puissance apparente S (VA)
30 lampes	$P_1 = \dots$	$Q_1 = \dots$	$S_1 = \dots$
2 moteurs	$P_2 = \dots$	$Q_2 = \dots$	$S_2 = \dots$
Installation	$P = \dots$	$Q = \dots$	$S = \dots$

3. Quel est son facteur de puissance ?

.....

4. Quelle est l'intensité efficace I du courant dans un fil de ligne ?

.....

5. Quelle est la capacité C du condensateur à placer en parallèle avec l'installation pour relever le facteur de puissance à 0,93 ?

.....

6. Quelle est avec ce facteur de puissance, la nouvelle intensité I' de courant en ligne ?

.....

EXERCICE 13 :

Une installation, alimentée sous $U= 230 \text{ V}$ efficace et de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$, comprend :

- Récepteur 1 : $P_1 = 1,2 \text{ KW}$; $Q_1 = 2 \text{ KVAR}$;
- Récepteur 2 : $P_2 = 2,5 \text{ KW}$; $Q_2 = 1,8 \text{ KVAR}$;
- Récepteur 3 : Moteur triphasé asynchrone de puissance utile $P_u = 1,2 \text{ kW}$; de rendement $\eta = 80\%$ et de facteur de puissance $\cos \varphi_3 = 0,84$;
- Récepteur 4 : Radiateur triphasé de puissance $P_4 = 1,8 \text{ KW}$;

1- Déterminer, lorsque tous les appareils sont sous tension la puissance active P , la puissance réactive Q , la puissance apparente S ainsi que le facteur de puissance $\cos \varphi$ de cette installation.

.....

.....

2- En déduire l'intensité I .

3- On désire relever le facteur de puissance à $\cos \varphi' = 1$, déterminer la valeur de la puissance réactive qu'il faut installer.

4- En déduire dans ce cas la valeur de la capacité.

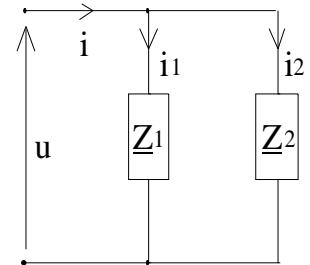
Activité 3

Exercices Régime monophasé

EXERCICE 1 : Le courant i à une valeur efficace de $I = 8A$ et il est en avance de 30° par rapport à u . Le courant i_1 à une valeur efficace de $I_1 = 5A$ et il est en retard de 45° par rapport à u .

1/ Donner la relation entre les courants. Déterminer les vecteurs de Fresnel représentants i et i_1

2/ Placer les vecteurs de Fresnel représentants i et i_1 (1A/cm) sur un diagramme vectoriel et en déduire I_2 et φ_2 . (valeur efficace et phase d' i_2).



EXERCICE 2 : On relève avec l'oscilloscope la tension aux bornes d'un dipôle (10V/div) et le courant qui le traverse (0,5A/div). Base de temps (1ms/div)

1/ Déterminer les valeurs maximales \hat{U} , \hat{I} et en déduire les valeurs efficaces U et I

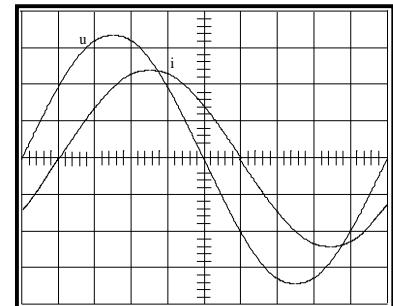
2/ Déterminer le déphasage φ entre le courant et la tension .Préciser le sens.

Que peut-on dire du circuit ?

3/ Déterminer l'impédance complexe du circuit

4/ Déterminer la période et la fréquence de u et i .

5/ Ecrire les valeurs instantanées de u et i .



EXERCICE 3 : Un atelier comporte 2 récepteurs en parallèle. Il est alimenté par le réseau : $U = 230 V - 50 Hz$.

- Récepteur 1 : Moteur inductif de puissance utile $P_{u1} = 600 W$, de rendement $\eta_1 = 0,75$ et de facteur de puissance $\cos \varphi_1 = 0,7$.
- Récepteur 2 : Des lampes absorbant $P_2 = 500 W$.

1/ Calculer la puissance active, réactive, le courant total et le facteur de puissance de l'ensemble (On présentera les résultats dans un tableau).

2/ Calculer la capacité C du condensateur nécessaire pour relever le facteur de puissance de l'ensemble à $\cos \varphi' = 1$.

EXERCICE 4 : Un atelier comporte 3 récepteurs en parallèle. Il est alimenté par le réseau : $U=230V - 50Hz$.

- Récepteur 1 : Moteur inductif de puissance utile $P_{u1} = 600W$, de rendement $\eta_1 = 0,75$ et de facteur de puissance $\cos \varphi_1 = 0,8$.
- Récepteur 2 : Récepteur capacitif ($Q_2 < 0$) d'impédance $Z_2 = 110 \Omega$ et de facteur de puissance $\cos \varphi_2 = 0,9$.
- Récepteur 3 : Un four électrique absorbant $P_3 = 0,8 KW$.

1/ Calculer les puissances active et réactive consommées par l'ensemble, le courant total et le facteur de puissance.

2/ Calculer la capacité C du condensateur nécessaire pour relever le facteur de puissance de l'ensemble à $\cos \varphi' = 1$.

EXERCICE 5 : Un moteur a une puissance utile de $2.2 KW$ et un rendement de 0.92 . Son facteur de puissance est de 0.75 . Calculer :

1 – ses puissances active, apparente et réactive,

2 – l'intensité absorbée sous $230 V - 50 Hz$.

On branche en dérivation sur son alimentation un condensateur de $50 \mu F$. Calculer :

3 – la puissance réactive du condensateur,

4 – la nouvelle puissance réactive de l'ensemble,

5 – la nouvelle intensité absorbée.