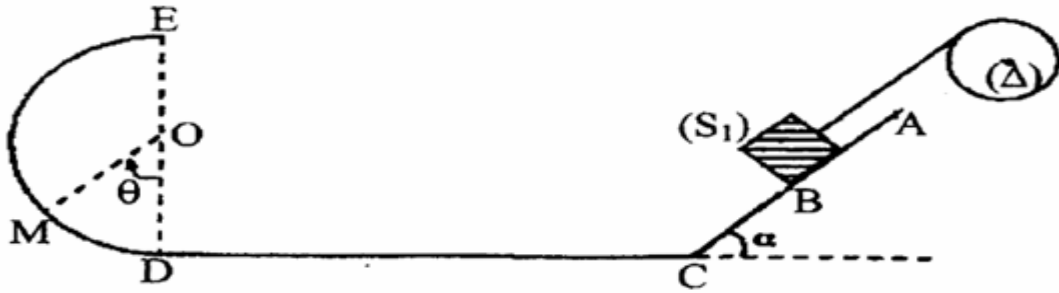


1- التمرين الأول :

- نعتبر سكة $ABCDE$ في مستوى رأسي مكونة من أربعة أجزاء.
- الجزء AB و BC مستقيمان ومائلان بزاوية α بالنسبة للمستوى الأفقي.
 - الجزء CD مستقيمي وأفقي.
 - الجزء DE نصف دائري شعاعه $r'=32cm$ ومركزه O .
- نثبت جسما S_1 كتلته $m_1=0,9kg$ في طرف خيط كتلته مهملة وغير قابل للامتداد. نلف الطرف الآخر للخيط حول مجرى بكرى شعاعها $r=10cm$ وعزم قصورها، بالنسبة لمحور تماثلها هو $J_A=10^{-3}kg.m^2$. نعتبر أن البكرى قابل للدوران حول محور (Δ) أفقي منطبق مع محور تماثلها، بدون احتكاك، وأن الجسم S_1 ينزلق فوق السكة بدون احتكاك عدا فوق الجزء BC . نعطي: $AB=1m$; $g=10m.s^{-2}$; $\alpha=30^\circ$.
- نحرر المجموعة بدون سرعة بدئية، فينزل S_1 فوق AB وفي نفس الوقت تدور البكرى حول المحور Δ .



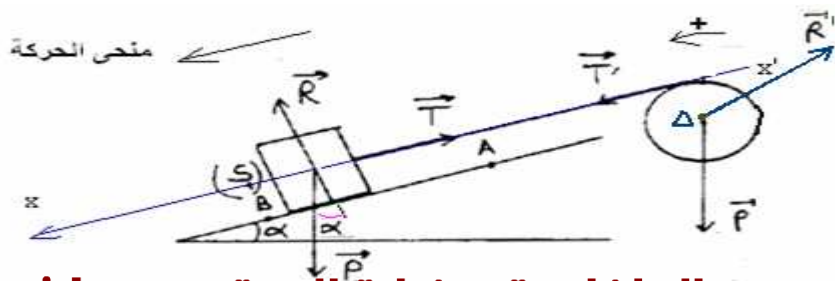
- 1- عبر عن السرعة V_B للجسم S_1 عند مروره من النقطة B بدلالة m_1 و r و J_A و α و AB و g احسب V_B .
- 2- عند لحظة مرور S_1 من النقطة B يفصل الخيط عن S_1 ويتابع هذا الأخير حركته فوق السكة فيمر من النقطة C بسرعة $V_C=V_B=3m.s^{-1}$.
- 1-2- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك، عبر عن معامل الاحتكاك K بين S_1 والجزء BC بدلالة α احسب K .
- 2-2- استنتج شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها الجزء BC على S_1 أثناء حركته.
- 3- يتابع الجسم S_1 حركته بنفس السرعة V_C فوق الجزء الأفقي CD .
- 1-3- عبر عن سرعة S_1 في نقطة M من السكة معلومة بالزاوية $\theta=(OD;OM)$ بدلالة V_C و r' و θ و g .
- 2-3- عبر عن شدة القوة $\vec{R}$ التي تطبقها السكة على S_1 عند M بدلالة V_C و r' و θ و g و m_1 .
- 3-3- حدد النقطة التي يغادر عندها S_1 السكة علما أن سرعته عند النقطة D تأخذ القيمة $V_2=4m.s^{-1}$.

تصحيح:

- 1 - بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على الجسم S_1 بين A و B :

$$(1) \quad v_B = \sqrt{2.a.AB}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2.a.AB \quad \Leftrightarrow \quad v_A = 0$$



هذا الملف تم تحديثه من موقع Talamid.ma بتطبيق العلاقة الأساسية لتحريك على البكرة : أي : $\sum M_{F/\Delta} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$ ومنه : $T' = \frac{J_{\Delta} \cdot a}{r}$ (a)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S_1 لدينا : $\Sigma \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ بالإسقاط على المحور $x'x$:

ومنه : $-P_1 \cdot \sin \alpha + 0 + T = m_1 \cdot a$ وبما أن الخيط غير قابل للمد فإن : $T' = T$ ومنه :

$$m_1 \cdot \sin \alpha - \frac{J_{\Delta} \cdot a}{r^2} = m_1 \cdot a \quad \text{وبالتعويض في العلاقة السابقة تصبح :} \quad \ddot{\theta} = \frac{a}{r} \quad \Leftrightarrow \quad a = r \cdot \ddot{\theta} \quad \text{ونعلم أن :} \quad + m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}}{r} = m_1 \cdot a$$

$$a = \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha}{\frac{J_{\Delta}}{r^2} + m_1} \quad \text{ومنه :} \quad a \left(\frac{J_{\Delta}}{r^2} + m_1 \right) = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot AB}{m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}}$$

وبالتعويض في العلاقة (1)

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 0,9 \times 10 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1}{0,9 + \frac{10^{-3}}{0,1^2}}} = 3 \text{ m/s}$$

تطبيق عددي :

أو بطريقة أخرى :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على (S_1) بين اللحظتين t_A و t_B :

$$\frac{1}{2} m_1 (v_B^2 - v_A^2) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{T}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_B^2 - \frac{1}{2} m_1 v_A^2 = \Sigma W(\vec{F})$$

* نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة بين اللحظتين t_A و t_B :

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_A^2 = W(\vec{P}') + W(\vec{T}') + W(\vec{R}')$$

وبتعويض $W(T)$ بقيمته في العلاقة (1) ، نحصل على : $\frac{1}{2} m_1 v_B^2 = m_1 g \sin \alpha - \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega_B^2$

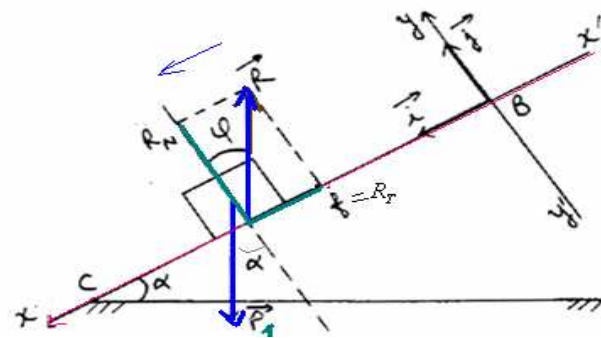
وبما أن الخيط لا ينزلق على محرى البكرة ، وغير قابل للامتداد ، فإن : $r \omega_B = v_B$

$$\frac{1}{2} v_B^2 \left(m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2} \right) = m_1 g AB \sin \alpha \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \frac{v_B^2}{r^2} = m_1 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 m_1 g \cdot AB \cdot \sin \alpha}{m_1 + \frac{J_{\Delta}}{r^2}}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,9 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}{0,9 + \frac{10^{-3}}{(0,1)^2}}} = 3,0 \text{ m.s}^{-1}$$

2-1- بما أن الجسم S_1 يصل إلى النقطة C بسرعة $V_C = V_B = 3 \text{ m/s}$ فإن حركته على الجزء BC مستقيمة منتظمة : أي تسارعه منعدم .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ وبما أن الاحتكاكات غير مهمة بين B و C فإن القوة $\vec{R}$ المقورة بتأثير سطح التماس مائلة فيعكس منحنى الحركة ولها مركبتين ، مماسية $f = R_T$ ومنظمية R_N . انظر الشكل .



المجموعة شبه معزولة ينطبق عليها مركز القصور .

وبذلك يصبح لدينا : $\vec{P}_1 + \vec{R} = \vec{0}$

بالإسقاط على المحور $x'x$: $+P_1 \cdot \sin \alpha - R_T = 0$

بالإسقاط على المحور $y'y$: $-P_1 \cdot \cos \alpha + R_N = 0$

ومعامل الاحتكاك : $k = \tan \varphi = \frac{R_T}{R_N} = \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha}{m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \tan 30^\circ = 0,58$ ومنه : $\varphi = \alpha = 30^\circ$

$$R = \sqrt{R_T^2 + R_N^2} = \sqrt{(m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha)^2 + (m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha)^2} = m_1 \cdot g = 0,9 \cdot 10 = 9 \text{ N} \quad \text{2-2- أو من خلال العلاقة :}$$

$$R = P_1 = m_1 \cdot g = 9 \text{ N} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{P}_1 + \vec{R} = \vec{0}$$

المزيد من الملفات تم برزارة الموقع : Talamid.ma

(b)

$$E_{CM} - E_{CD} = m_1 \cdot g(z_D - z_M) + 0$$

$$\Delta E_C = W_{D \rightarrow M}^{\vec{P}_1} + W_{D \rightarrow M}^{\vec{R}} \quad \text{أي :}$$

$$\Delta E_C = \sum_{D \rightarrow M} W \vec{F}$$

$$z_D - z_M = 0 - r'(1 - \cos \theta) = -r'(1 - \cos \theta)$$

$$\Leftrightarrow z_M = DM' = h = r' - r' \cos \theta = r'(1 - \cos \theta) \quad \text{ولدينا : } z_D = 0$$

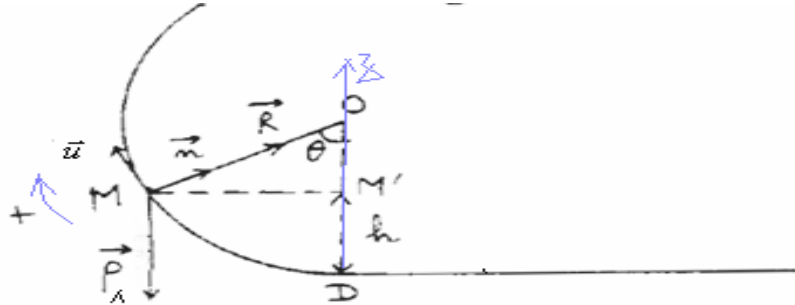
$$\frac{1}{2} m_1 (v_M^2 - v_D^2) = -m_1 \cdot g \cdot r(1 - \cos \theta)$$

تعويض في (b)

$$v_M = \sqrt{v_C^2 - 2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta)}$$

$$\text{وبما أن : } v_D = v_C \quad v_M^2 - v_D^2 = -2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta) \quad \text{أي :}$$

2-3 - باعتبار معلم فيريني $(o, \vec{u}, \vec{n})$ في النقطة M . وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على S_1 .



$$R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \frac{v_M^2}{r'} \quad \text{ومنه :} \quad R - P_1 \cdot \cos \theta = m_1 \cdot \frac{v_M^2}{r'} \quad \text{بالإسقاط على المنظمي :} \quad \vec{P}_1 + \vec{R} = m_1 \cdot \vec{a}_G$$

$$R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \cdot \left[\frac{v_D^2}{r'} - 2 \cdot g(1 - \cos \theta) \right] \quad \Leftrightarrow \quad v_M^2 = v_D^2 - 2 \cdot g \cdot r'(1 - \cos \theta) \quad \text{ولدينا من خلال السؤال السابق :}$$

$$R = 3m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \frac{v_C^2}{r'} - 2 \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot g \left[3 \cos \theta - 2 + \frac{v_D^2}{r' \cdot g} \right] \quad \Leftrightarrow \quad R = m_1 \cdot g \cdot \cos \theta + m_1 \frac{v_D^2}{r'} - 2 \cdot m_1 \cdot g + 2 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \theta$$

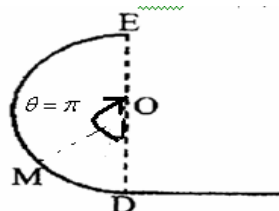
$$v_D = v_2 = 4 \text{ m/s} \quad \text{و}$$

عند مغادرة المستوى المائل يكون تأثير السكة منعدها : $R = 0$

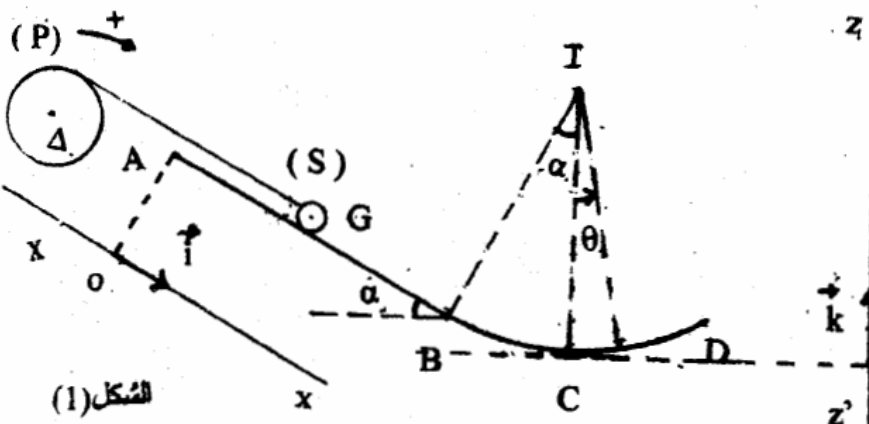
$$\theta = \pi \quad \Leftrightarrow \quad \cos \theta = \frac{2}{3} - \frac{v_2^2}{3 \cdot r' \cdot g} = \frac{2}{3} - \frac{4^2}{3 \times 0,32 \times 10} = -1 \quad \text{ومنه :}$$

$$3 \cdot \cos \theta - 2 + \frac{v_2^2}{r' \cdot g} = 0 \quad \text{زمنه :}$$

الجسم يغادر السكة عند النقطة E.



2 - التمرين الثاني :



نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل (1) حيث
- بكرة (P) متجانسة شعاعها $r = 5 \text{ cm}$ قابلة
الدوران في مستوى رأسي حول محور أفقي (Δ)
ثابت يمر من مركزها. عزم قصور البكرة
بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

- كرة صلبة مركز قصورها G كتلتها
 $m = 0,1 \text{ kg}$ مرتبطة بطرف خيط غير قابل
للتمدد وكتلته مهملة ملفوف حول مجرى
لبكرة. يمكن للكرة (S) أن تنزلق على سكة ABCD

أسية، هذه السكة مكونة من جزء مستقيمي AB
أقل بالزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي و جزء BCD من دائرة مركزها I وشعاعها $R = 1 \text{ m}$. نعتبر أن الاحتكاكات على السكة

مهملة و أن الخيط لا ينزلق على مجرى البكرة و نأخذ $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1- نحرر المجموعة في لحظة نعتبرها أصلًا للتواريخ $t = 0$ ، فتزلق الكرة بدون سرعة بدئية من الموضع A الذي يطلق أصل
المعلم $(O, \vec{T})$ بوتر في اللحظة ذات التاريخ $t_1 = 2,7 \text{ s}$ من الموضع B بالسرعة v_B نمعلم موضع G في كل لحظة بالا فصول x

يمثل المنحنى في الشكل (2) تغيرات سرعة G بدلالة الزمن.

1.1- حدد طبيعة حركة كل من (S) و (P).

1.2- حدد قيمة v_B .

2- تفصل الكرة عند مرورها من الموضع B في التاريخ t_1 عن الخيط

فتتوقف البكرة (P) بعد اجتازها 10 دورات ابتداء من التاريخ t_1 .

2.1- لصب السرعة الزاوية للبكرة في التاريخ t_1 .

2.2- علما أن البكرة تخضع لمزدوجة مقاومة عزمها M ثابت.

لصب قيمة M.

3- بعد انفصالها عن الخيط يتزلق الكرة على الجزء BCD من المسكة ، حيث تدرس حركة مركز قصورها G. نأخذ $IG \approx R$.

3.1- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية، لوجد تعبير v_C سرعة الكرة عند مرورها بالموضع C بدلالة R و g و a و v_B .

لصب قيمة v_C .

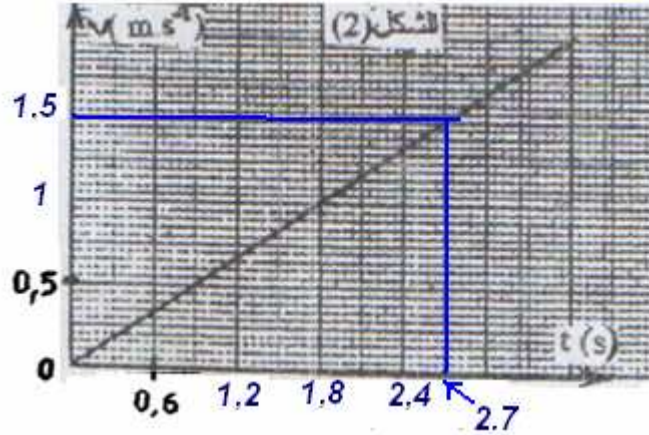
3.2- بتطبيق العلاقة الأساسية للدناميك، لوجد تعبير شدة القوة $\vec{F}$ التي تؤثر بها المسكة BCD على الكرة في الموضع C،

بدلالة m و R و g و v_C . لصب F.

تصحيح

1-1- حركة S مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة بينما حركة البكرة P دورانية متغيرة بانتظام.

1-2- بما أن الجسم يمر من الموضع B عند اللحظة $t=2,7s$ بالسرعة v_B نجد مبيانيا :



نجد $v_B = 1,5m/s$

أو من خلال الشكل 2 منحنى v بدلالة t مستقيم يمر من أصل المعلم إذن : $v = k.t$ مع : $k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0}{1,8-0} = \frac{5}{9} \approx 0,56$

$$v_B = \frac{5}{9}.t = \frac{5}{9} \times 2,7 = 1,5m/s$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 0,56m/s^2 \quad \text{و منه : } v = 0,56.t \quad \text{إذن :}$$

$$\omega_1 = \frac{v_B}{r} = \frac{1,5}{0,05} = 30rad/s \quad \text{-2-1-2-}$$

2-2- بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن على البكرة بين لحظة انفلات الحبل ولحظة التوقف :

$$\ddot{\theta} = \frac{-\omega_1^2}{4\pi.n} \leftarrow -\omega_i^2 = 4.. \ddot{\theta} . \pi . n \quad \text{و : } \Delta \theta = 2. \pi . n \quad \text{مع : } \omega_f = 0 \quad \omega_f^2 - \omega_i^2 = 2.. \ddot{\theta} . \Delta \vartheta$$

بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على البكرة : $\Sigma M_{\vec{F}}_{/\Delta} = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$ أي : $M\vec{P} + M\vec{R} + M = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$ أي : $0 + 0 + M = J_{\Delta} . \ddot{\theta}$

$$M = -\frac{J_{\Delta} . \omega_1^2}{4\pi.n} = -\frac{2.10^{-3} \times 30^2}{4\pi.10} = -1,4.10^{-2} N.m \quad \text{و منه :}$$

الطريقة الثانية :

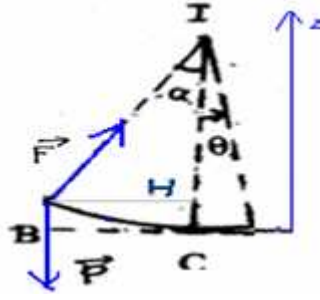
*بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة بين لحظة انفلات الحبل ولحظة التوقف :

$$\Delta \theta = 2. \pi . n \quad \text{مع : } 0 - \frac{1}{2} J_{\Delta} . \omega_i^2 = 0 + 0 + M . \Delta \theta \quad \leftarrow \quad E_{C.f} - E_{C.i} = W\vec{P} + W\vec{R} + W(Cfrott)_{i \rightarrow f}$$

$$M = -\frac{J_{\Delta} . \omega_1^2}{4\pi.n} = -\frac{2.10^{-3} \times 30^2}{4\pi.10} = -1,4.10^{-2} N.m \quad \text{و منه :}$$

3- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين B و C. $\Delta E_C = \Sigma W\vec{F}_{B \rightarrow C}$

$$z_B = r - r \cos \alpha \quad \text{و} \quad z_C = 0 \quad \text{مع} \quad E_{CC} - E_{CB} = mg(z_B - z_C) + 0$$



$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2.gR.(1 - \cos \alpha)} \quad \text{ومنه} \quad v_C^2 - v_B^2 = 2.gR.(1 - \cos \alpha) \Leftrightarrow \frac{1}{2}m.v_C^2 - \frac{1}{2}m.v_B^2 = m.gR.(1 - \cos \alpha)$$

$$v_C = \sqrt{(1,5)^2 + 2 \times 10 \times 1 \cdot (1 - \cos 30)} = 2,22 \text{ m/s} \quad \text{ت.ع:}$$

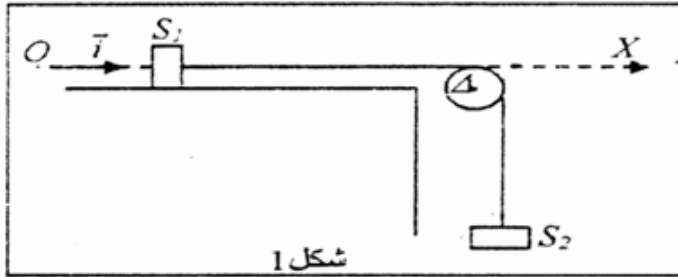
$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة على الجزء BCD}$$



وللقوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف سطح التماس وهي عمودية على السطح. تخضع الكرة لوزنها: $\vec{P}$

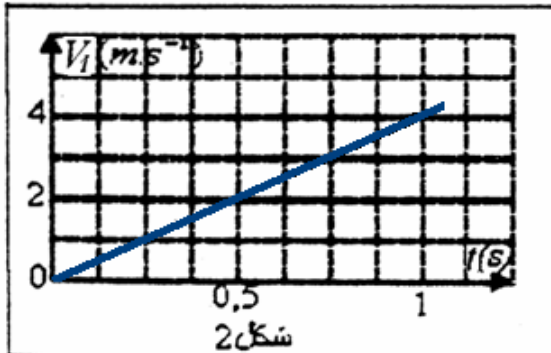
$$F + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{بالاسقاط على المنظمي:} \quad F - P = m \cdot \frac{v_C^2}{R} \Leftrightarrow F = m(g + \frac{v_C^2}{R}) = 0,1 \times \left[10 + \frac{(2,22)^2}{1} \right] = 1,49 \text{ N}$$

(3) التمرين الثالث :



- 1- تتكون المجموعة الممثلة في الشكل 1 من :
 - جسم صلب S_1 كتلته M_1 ينزلق بدون احتكاك فوق منضدة أفقية.
 - جسم صلب S_2 كتلته M_2 مرتبط بالجسم S_1 بواسطة خيط غير قابل للامتداد وكتلته مهملة.

- بكرة (P) كتلتها M وشعاعها R قابلة للدوران بدون احتكاك حول محورها (A) ويمر عبر مجراها الخيط الذي نعتبره لا ينزلق خلال الحركة. نحرر المجموعة عند اللحظة $t=0s$ بدون سرعة بدئية بحيث ينطلق الجسم S_1 من نقطة أفصولها على المحور OX هو $0,5 \text{ cm}$ ونحدد تجريبيا تغير V_1 سرعة S_1 بدلالة الزمن فنحصل على الشكل 2.



1-1- اكتب التعبير العددي ل V_1 بدلالة الزمن.

1-2- استنتج طبيعة حركة S_1 وأعط معادلتها الزمنية $x=f(t)$.

1-3- بين أن ل S_1 و S_2 نفس التسارع a .

1-4- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك على كل من S_1 و S_2 و (P)، أوجد العلاقة بين التسارع a وشدة الثقالة g . نعطى: عزم قصور البكرة $J_A = \frac{1}{2}MR^2$ بالنسبة للمحور (A) و $M_1=M_2=M$.

تصحيح التمرين الثالث:

1.1- حسب مبيان Talamid.ma هذا الملف تم تحميله من موقع

حيث K المعامل الموجه للمستقيم : $K = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{4-0}{1-0} = 4 \text{ m.s}^{-2}$

2.1- المسار مستقيم والتسارع ثابت السرعة تزايدية .

إذن الحركة متعادلة متساوية بانتظام ، معادلتها الزمنية :

$$x = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t + x_0$$

عند $t=0$ تكون : $v_0=0$ و $x_0=0.5\text{cm}$ ، إذن : $x = 2t^2 + 5.10^{-3}$

3.1- بما أن الخيط الرابط بين (S_1) و (S_2) غير قابل للامتداد ، فإنه عند انتقال S_1 بالمسافة x_1 ينتقل (S_2) بالمسافة x_2 حيث : $x_1 = x_2$ في كل لحظة .

نشتق x_1 و x_2 بالنسبة للزمن ، $\dot{x}_1 = \dot{x}_2$ ، أي أن : $a_1 = a_2 = a = 4 \text{ m.s}^{-2}$

في (S_1) و (S_2) نفس السرعة ونفس التسارع في كل لحظة .
المجموعة المدروسة { الجسم S_1 } : خضع (S_1) خلال حركته لـ : $\vec{P}_1$ وزنه ، $\vec{R}_1$ تأثير السطح الأفقي ، $\vec{T}_1$ تأثير الخيط (1)

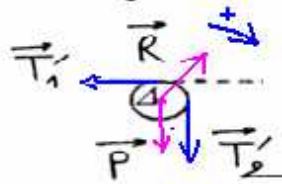
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على S_1 : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = M_1 \vec{a}$ ، نسقط على $x'x$: $T_1 = M_1 a$

المجموعة المدروسة { الجسم S_2 } : خضع (S_2) خلال حركته لـ : $\vec{P}_2$ وزنه ، $\vec{T}_2$ تأثير الخيط (2)
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S_2 : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M_2 \vec{a}$

نسقط هذه العلاقة على $y'y$: $M_2 g - T_2 = M_2 a$ ، $T_2 = M_2 g - M_2 a$

المجموعة المدروسة { البكرة } :

ضع البكرة أثناء دورانها حول المحور (A) : $\vec{P}$ وزنها ، $\vec{R}$ تأثير محور الدوران ، $\vec{T}_1'$ تأثير الخيط (1) ، $\vec{T}_2'$ تأثير الخيط (2)



$$M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}_1') + M_A(\vec{T}_2') = J_A \cdot \ddot{\theta}$$

$$M_A(\vec{P}) = 0 \text{ و } M_A(\vec{R}) = 0 \text{ مع : } J_A \cdot \ddot{\theta} = r T_2' - r T_1'$$

$$T_2' = T_2 \text{ و } T_1' = T_1$$

$$\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$$

الخيط لا ينزلق على البكرة

$$J_A \cdot \frac{a}{r} = r M_2 (g - a) - r M_1 a$$

خصل على :

$$a \left(\frac{J_A}{r^2} + M_2 + M_1 \right) = M_2 g$$

$$a = \frac{M_2}{\frac{J_A}{r^2} + M_2 + M_1} \cdot g$$

$$J_A = \frac{1}{2} M r^2 \text{ و } M_1 = M_2 = M$$

$$a = \frac{M}{5 \cdot \frac{M}{2}} \cdot g = \frac{2}{5} g$$

نكتب :