

التمرين الأول :

(1) نضع : $f(x) = 1 + 2x \ln x$

و $F(x) = \frac{-1}{2}x^2 + x + x^2 \ln x$ لكل x من $]0, +\infty[$

أ - بين الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في الصفر يجب تحديده .

ب - بين أن F أصلية ل f على المجال $]0, +\infty[$

ج - حدد القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1, e]$

(2) نعتبر المتجهات التالية :

$$\vec{v} = \frac{-1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k} \text{ و } \vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$$

$$\vec{w} = \frac{-\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

أ - بين أن المتجهات $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ غير مستوائية

ب - بين أن الأساس $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ متعامد ممنظم مباشر

التمرين الثاني :

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

(1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس.

ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء

(2) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال 5 كرات من الكيس.

ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين بالضبط

(3) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال n كرة من الكيس

أ - بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل

$$\text{هو } p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

ب - ما هو العدد لأدنى من السحبات التي يكون من أجلها

$$p \geq 0.999$$

(نأخذ $\log 3 \approx 0.48$ حيث $\log$ هو اللوغاريتم العشري)

التمرين الثالث :

يحتوي كيس على عشر (10) كرات غير قابلة للتمييز باللمس ، ثلاث

كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم 2 وثلاث كرات تحمل

الرقم 3 وكرة واحدة تحمل الرقم 4. نسحب تائيا ثلاث كرات من الكيس.

(1) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1.

أ - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(2) أحسب احتمال الحدث : " سحب ثلاث كرات واحدة منها فقط تحمل الرقم 1 والكرتان المتبقيتان تحملا كل منهما رقما زوجيا .

التمرين الرابع :

يحتوي كيس على ست كرات حمراء ، أربعة منها تحمل الرقم 1 واثنان

تحملا الرقم 2. وثمان كرات خضراء ، خمسة منها تحمل الرقم 1

وثلاثة تحمل الرقم 2. نسحب تائيا كرتين من الكيس.

(1) ما هو عدد السحبات الممكنة؟

(2) ليكن الحدثان :

A : " سحب كرتين من نفس اللون " .

B : " سحب كرتين تحملا نفس الرقم " .

$$\text{أ - بين أن : } p(A) = \frac{43}{91}$$

ب - احسب $p(B)$

ج - علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم .

د - هل الحدثان A و B مستقيان ؟ علل جوابك .

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة

أ - حدد قيم X .

ب - حدد قانون احتمال X .

التمرين الخامس :

صندوق يحتوي على كرتين بيضاوين وثلاث كرات حمراء

(1) نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق

أ - احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

ب - بين أن احتمال الحصول على كرة واحدة حمراء على الأقل هو

$$\frac{9}{10}$$

(2) نسحب الآن بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق

أ - أحسب احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط وتكون في السحبة الثالثة

ب - أحسب احتمال الحصول على كرة واحدة فقط بيضاء

ج - أحسب احتمال الحصول على كرة بيضاء في السحبة الثالثة علما أننا سحبنا كرة بيضاء واحدة فقط

التمرين السادس :

نعتبر نردا من ستة أوجه بحيث أربعة منها تحمل الرقم 2 ووجهين

يحملان الرقم 3 وكيس يحتوي على خمسة قطع نقدية : قطعتان من فئة

5DH وقطعتان من فئة DH و2 قطعة واحدة من فئة 1DH

(1) في التجربة الأولى نرمل النرد مرة واحدة بحيث إذا عين الرقم

2 فنسحب قطعتين بالتتابع وبدون إحلال من الكيس ، وإذا عين الرقم 3

فنسحب تائيا ثلاث قطع من الكيس. احسب احتمالات الاحداث التالية :

U : "النرد عين الرقم 2"

A : سحب قطع نقدية مجموعها يساوي 6 دراهم

B : سحب قطع نقدية مجموعها يساوي 5 دراهم

(2) في هذه التجربة نسحب من الكيس قطعة تلو الأخرى بدون إحلال

ونتوقف عن السحب عند حصولنا على الأقل على المبلغ 5DH. ليكن

X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات قبل أن نتوقف

أ - حدد قيم التي يأخذها المتغير X

ب - بين أن : $p(X = 2) = \frac{3}{10}$

ج - حدد قانون احتمال X

د - استنتج أن أمله الرياضي هو 1.9

التمرين السابع :

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 1, 1, 2 وخمس كرات

حمراء تحمل الأرقام 0, 2, 1, 2, 2 .

نسحب بالتتابع وبإحلال كرتين من هذا الكيس .

(1) أحسب احتمال سحب كرتين من نفس اللون .

(2) أحسب احتمال سحب كرتين تحملا نفس الرقم .

(3) أحسب احتمال سحب كرتين من نفس اللون علما أنهما تحملا نفس الرقم .

(4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع الرقمين المسجلين

على الكرتين المسحوبتين .

أ - حدد قيم التي يأخذها المتغير العشوائي وقانون احتماله .

ب - استنتج احتمال سحب رقمين مجموعهما أكبر من أو يساوي 3 .