

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة 13: الجداء المتجهي في الفضاء
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 9: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 - 2y - 5 = 0$$

1. حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها r .

2. نعتبر النقطتين $A(-1; 2; 1)$ و $B(2; -1; 1)$, أحسب مساحة المثلث $AB\Omega$.

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى المماس للفلكة في النقطة A .

تمرين 10: الفضاء \mathcal{E} منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط:

$$A(1; 0; -1) \text{ و } B(1; 3; -1) \text{ و } C\left(-\frac{1}{3}; 1; 0\right)$$

1. حدد $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

2. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المعروف

بالنقط A و B و C .

3. لتكن الفلكة (S) ذات الشعاع $r=1$ و المركز $\Omega(0, 0, 1)$.

أ. أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) .

ب. بين أن الفلكة (S) مماسة للمستوى (P) .

ج. حدد مثلث إحداثيات نقطة التماس.

تمرين 11: في الفضاء \mathcal{E} منسوب إلى معلم متعامد ممنظم

مباشر $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(5; -1; 2)$

و $B(1; -3; -2)$ و $C(-2; -1; 2)$.

(1) أحسب $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC .

(2) أحسب $\left| \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \right|$.

(3) أحسب مسافة النقطة B عن المستقيم (AC) .

تمرين 12: ننسب الفضاء إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر الفلكة (S) التي إحدى معادلاتها الديكارتية هي:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \text{ و المستوى } (P) \text{ الذي}$$

إحدى معادلاته الديكارتية هي:

$$2x + 2y - 3z + 2 + 3\sqrt{17} = 0$$

1. تحقق من أن الفلكة (S) مركزها $\Omega(1, -2, 0)$ و شعاعها 3.

2. بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .

تمرين 1: الفضاء منسوب إلى أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. أحسب $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|$ إذا علمت أن:

$$\|\vec{v}\| = 3 \text{ و } \|\vec{u}\| = 1 \text{ و } (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$$

تمرين 2: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا و M و N النقطتين

المعرفتين بما يلي: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

(1) بين أن: $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{NM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

(2) أحسب $\overrightarrow{NM} \wedge \overrightarrow{NG}$

(3) ماذا تستنتج؟

تمرين 3: الفضاء منسوب إلى أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. أحسب $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$$\vec{u} \wedge \vec{v}$$

تمرين 4: $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

أحسب $\vec{u} \wedge \vec{v}$

تمرين 5: نعتبر في الفضاء النقط:

$$A(0; 1; 2) \text{ و } B(1; 1; 0) \text{ و } C(1; 0; 1)$$

1. حدد إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

وتأكد أن النقط A و B و C غير مستقيمية

2. أحسب مساحة المثلث ABC

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

تمرين 6: نعتبر النقط $A(1; 1; 0)$ و $B(2; 3; 4)$ و $C(-1; 0; 3)$

1. حدد إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

وبين أن النقط A و B و C غير مستقيمية

2. أحسب مساحة المثلث ABC

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

تمرين 7: أحسب مسافة النقطة $M(2; 1; 1)$ عن المستقيم (D) المعروف بما يلي:

$$(D): \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4t \end{cases}$$

تمرين 8: أحسب مسافة النقطة $B(0; 1; 2)$ عن المستقيم (D) المعروف بما يلي:

$$(D): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t \end{cases}$$

3. نعتبر المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(1; -3; 5)$

و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(2; 2; -3)$.

أ. حدد تمثيلا باراميتريا للمستقيم (Δ) .

ب. حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{U} \wedge \vec{AO}$.

ج. استنتج أن (Δ) مماس للفلكة (S) ثم حدد مثلوث إحداثيات نقطة التماس.

د. بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوى (P) و حدد مثلوث إحداثيات B نقطة تقاطعهما.

تمرين 13: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر $A(3; -1; 0)$ و $B(1; -1; 2)$ و $C(0; 0; 1)$.

(1) أحسب: $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

(2) استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

(3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1; -1; 0)$ و شعاعها $R = A\Omega$.

(4) تحقق من أن: $A \in (S)$ و $B \in (S)$.

(5) حدد تقاطع الفلكة (S) و المستوى (ABC) .

تمرين 14: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر

$(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر $A(3; 0; 0)$ و $B(-1; 1; 0)$ و $C(-1; 1; 0)$.

(1) أحسب: $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

(2) استنتج أن: $x - 2y + 2z + 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية

للمستوى (ABC) .

(3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1; -1; 0)$ و شعاعها $R = 2$.

(4) ليكن المستوى المعرف بالمعادلة: $2x + 2y + z + 3 = 0$

أ. بين أن: المستويين (ABC) و (Q) متعامدان.

ب. بين أن: المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة وحدد مركزها وشعاعها

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

