



سلسلة 13: الجداء المتوج في الفضاء

المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 9: في الفضاء المنسوب إلى معلم متواحد منظم مباشر

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 - 2y - 5 = 0$$

1. حدد Ω مركز الفلكة (S) وشعاعها.

2. نعتبر النقطتين $A(-1; 2; 1)$ و $B(2; -1; 1)$, أحسب مساحة المثلث $AB\Omega$.

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى المماس للفلكة في النقطة A .

تمرين 10: الفضاء \mathbb{E} منسوب إلى معلم متواحد منظم مباشر

نعتبر النقط : $(o; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$

$$\cdot C\left(-\frac{1}{3}; 1; 0\right) \text{ و } A(1; 0; -1)$$

1. حدد $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

2. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المعرف بالنقط A و B و C .

3. لتكن الفلكة (S) ذات الشعاع $r=1$ و المركز $(0, 0, 1)$.
أ. أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) .

ب. بين أن الفلكة (S) مماسة للمستوى (P) .

ج. حدد مثلث إحداثيات نقطة التماس.

تمرين 11: في الفضاء \mathbb{E} منسوب إلى معلم متواحد منظم مباشر

$A(5; -1; 2)$. نعتبر النقط $(o; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$

$$\cdot C(-2; -1; 2) \text{ و } B(1; -3; 2)$$

(1) أحسب $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ ثم استنتاج مساحة المثلث ABC .

$$(2) \text{ أحسب } \sin(\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}})$$

(3) أحسب مسافة النقطة B عن المستقيم (AC) .

تمرين 12: تنسip الفضاء إلى معلم متواحد منظم مباشر
 $(o; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$

نعتبر الفلكة (S) التي إحدى معادلاتها الديكارتية هي:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

إحدى معادلات الديكارتية هي:

$$2x + 2y - 3z + 2 + 3\sqrt{17} = 0$$

1. تحقق من أن الفلكة (S) مرکزها $(1, -2, 0)$ وشعاعها.

2. بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .

تمرين 1: الفضاء منسوب إلى أساس متواحد منظم مباشر

أ. أحسب $\|\bar{u} \wedge \bar{v}\|$ إذا علمت أن:

$$\|\bar{v}\| = 3 \text{ و } \|\bar{u}\| = 1 \text{ و } \left(\bar{u} \wedge \bar{v}\right) = \frac{\pi}{3}$$

تمرين 2: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا و M و N النقطتين

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AE} \text{ و } \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

$$(1) \text{ بين أن: } \overrightarrow{NG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{NM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

(2) أحسب $\overrightarrow{NM} \wedge \overrightarrow{NG}$

(3) ماذا تستنتج؟

تمرين 3: الفضاء منسوب إلى أساس متواحد منظم مباشر

أ. أحسب $\|\bar{v}\|$ إذا علمت أن:

$$\bar{v} = 2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k} \text{ و } (\bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$$

$$\bar{u} \wedge \bar{v}$$

$$\bar{v} = 3\bar{i} - 2\bar{j} - \bar{k} \text{ و } \bar{u} = \bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$$

أحسب $\bar{u} \wedge \bar{v}$

تمرين 5: تعتبر في الفضاء النقط:

$$C(1; 0; 1) \text{ و } A(0; 1; 2)$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$$

1. حدد إحداثيات المتجهة A و C و B غير مستقيمية.

2. أحسب مساحة المثلث ABC .

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

تمرين 6: نعتبر النقط $(0; 1; 1)$ و $(0; 3; 4)$ و $(2; 3; 4)$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$$

ويبين أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

أحسب مساحة المثلث ABC .

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

تمرين 7: أحسب مسافة النقطة $(1; 2; 1)$ عن المستقيم (D)

المعرف بما يلي:

$$(D): \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 3t \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

تمرين 8: أحسب مسافة النقطة $(0; 1; 2)$ عن المستقيم (D)

المعرف بما يلي:

$$(D): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

3. نعتبر المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(1;-3;5)$

و الموجه بالتجهزة $\bar{u}(2;2;-3)$.

أ. حدد تمثيلا باراميتريا للمستقيم (Δ) .

ب. حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{U} \wedge \vec{A}\Omega$.

ج. استنتج أن (Δ) مماس للفلكة (S) ثم حدد مثلوث إحداثيات نقطة التمس.

د. بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوى (P) و حدد

مثلوث إحداثيات B نقطة تقاطعهما.

تمرين 13: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر

$. C(0;0;1) \cup A(3;-1;0) \cup B(1;2;-1)$ نعتبر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. أحسب $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

2. استنتاج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

3. أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مرکزها $(0;-1;1)$ و Ω و شعاعها $R = A\Omega$.

4. تحقق من أن: $A \in (S) \wedge B \in (S)$.

5. حدد تقاطع الفلكة (S) و المستوى (ABC) .

تمرين 14: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر

$. C(-1;1;0) \cup A(3;0;0) \cup B(-1;1;0)$ نعتبر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1. أحسب $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

2. استنتاج أن: $x - 2y + 2z + 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

3. أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مرکزها $(0;-1;1)$ و Ω و شعاعها $R = 2$.

4. ليكن المستوى المعرف بالمعادلة: $2x + 2y + z + 3 = 0$

أ. بين أن: المستويين (ABC) و (Q) متعمدان.

ب. بين أن: المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة وحدد مركزها وشعاعها

« c'est en forgeant que l'on devient
forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux
calculs et exercices que l'on devient un
mathématicien

