

## الهندسة الفضائية

### السلسلة 1 (7 تمارين)

#### التمرين 1:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، نعتبر النقطتين  $A(1,2,1)$  و  $B(1,3,1)$

1. أحسب  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$
2. تحقق من أن  $x - z = 0$  معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(-3,0,1)$  و المماس للمستوى  $(OAB)$
4. حدد إحداثيات نقطة تماس  $(S)$  و  $(OAB)$
5. بين أن المستقيم المار من النقطة  $H(-1,0,-1)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(2,5,2)$  مماس للفلكة  $(S)$

#### التمرين 2:

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ممنظم و مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(2,-1,1)$  و  $B(2,3,-1)$  و  $C(1,1,1)$

1. أ) بين أن  $\vec{AB} \wedge \vec{BC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$
- ب) استنتج مسافة النقطة  $A$  عن المستقيم  $(BC)$
2. ليكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$
- بين أن  $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$  هو مثلث إحداثيات  $H$  . ( يمكن استعمال تمثيل بارامترى ل  $(BC)$  )
3. حدد معادلة ديكارتية للفلكة التي أحد أقطارها  $[AH]$

#### التمرين 3:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  بحيث :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$

1. بين أن  $(S)$  فلكة مركزها  $\Omega(0,2,-1)$  و شعاعها  $\sqrt{3}$
2. أ) تحقق من أن النقطة  $A(-1,1,0)$  تنتمي إلى الفلكة  $(S)$
- ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوى  $(P)$  المماس للفلكة  $(S)$  عند النقطة  $A$

3. أ) تحقق من أن  $x + y + z - 2 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوى  $(Q)$  المار من النقطة  $B(1,3,-2)$  و  $\vec{n}(1,1,1)$  متجهة منظمية له.  
ب) بين أن  $(Q)$  يقطع  $(S)$  وفق دائرة محددا مركزها و شعاعها

التمرين 4:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة  $A(1,-1,3)$  و المستوى  $(P)$  الذي معادلة ديكارتية له :  $x - y + 3z = 0$ .

$$1. \text{ أ- تحقق من أن } \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ تمثيل بارامتري للمستقيم } (OA)$$

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $(Q)$  العمودي على المستقيم  $(OA)$  في النقطة  $A$

ج- تحقق من أن  $(P)$  يوازي المستوى  $(Q)$

2. نعتبر الفلكة  $(S)$  المماسية للمستوى  $(Q)$  في  $A$  و التي يقطعها المستوى  $(P)$  وفقا للدائرة  $(\Gamma)$  التي مركزها  $O$  وشعاعها  $\sqrt{33}$

أ- بين أن النقطة  $\Omega(a,b,c)$  مركز الفلكة  $(S)$  تنتمي إلى المستقيم  $(OA)$  ثم استنتج أن  $b = -a$  و  $c = 3a$

ب- بين أن  $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$  ثم استنتج أن  $a - b + 3c = -11$

ج- استنتج إحداثيات  $\Omega$  مركز الفلكة  $(S)$  ثم بين أن شعاعها يساوي  $2\sqrt{11}$

التمرين 5:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، نعتبر النقطة  $A(2,0,2)$  و المستوى  $(P)$  ذا المعادلة :  $x + y - z - 3 = 0$

1. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(D)$  المار من  $A$  و العمودي على  $(P)$

2. حدد إحداثيات  $B$  نقطة تقاطع المستقيم  $(D)$  و المستوى  $(P)$

3. نعتبر الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $A$  و التي تقطع المستوى  $(P)$  وفق الدائرة التي مركزها  $B$  وشعاعها 2

أ. حدد شعاع الفلكة  $(S)$

ب. أكتب معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$

التمرين 6:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $A(0,0,1)$  و  $B(1,1,1)$  و  $C(2,1,2)$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1,-1,0)$  وشعاعها  $\sqrt{3}$

1) بين أن :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  و تحقق من أن  $A$  تنتمي إلى  $(S)$

(2) أ. بين أن :  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  و استنتج أن  $x - y - z + 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$

ب. أحسب المسافة  $d(\Omega, (ABC))$  ثم استنتج أن المستوى  $(ABC)$  مماس للكرة  $(S)$  في  $A$

(3) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من  $\Omega$  و العمودي على  $(ABC)$

أ. بين أن :  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$  تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$

ب. استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الكرة  $(S)$

التمرين 7:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $A(0,1,-1)$  و  $B(1,2,1)$  و  $C(5,10,1)$

1. بين أن  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -16\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$

2. أحسب المسافة بين النقط  $C$  و المستقيم  $(AB)$

3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$

4. لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  التي تحقق العلاقة  $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 20y - 2z + 70 = 0$

أ) بين أن  $(S)$  هي كرة مركزها  $C$  و شعاعها  $\sqrt{56}$

ب) بين أن المستقيم  $(AB)$  مماس للكرة  $(S)$  ، ثم حدد نقطة التماس .