

تمارين : المعادلات التفاضلية

.01

1. أ- حل المعادلة التفاضلية  $2y' = 0$ .

ب-  $y' = -5y$

2. حل  $y' = 5y + 1$  ثم حدد الحل الذي يحقق:  $g(0) = 2$

3. أ- حل المعادلة التفاضلية:  $(E): y' + 2y = 0$

ب- بين أن:  $y_0 = e^{-3x}$  حل للمعادلة  $(E'): y' + 2y = -e^{-3x}$

.02

1. أ- حل المعادلة التفاضلية:  $(E): y'' + 4y' + 4y = 0$

ب- حدد الحل  $g$  الذي يحقق  $g(1) = 0$  و  $g'(0) = 1$

2. حل المعادلة التفاضلية:  $(E): y'' - 2y' - 8y = 0$

3. حل المعادلة التفاضلية:  $(E): y'' - y' + y = 0$

.03

1. حل المعادلة التفاضلية:  $(E): y' + 2y = 0$

2. بين أن:  $y_0 = e^{-3x}$  حل للمعادلة  $(E'): y' + 2y = -e^{-3x}$

تمارين : حساب التكامل

.01

أحسب التكاملات التالية:

1.  $\int_4^{16} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$  و  $\int_2^3 -\frac{1}{x^2} dx$  و  $\int_1^3 (3x-2) dx$

2.  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$  و  $\int_1^2 x \cdot (3x^2+2)^5 dx$  و  $\int_1^2 (5x+7)^3 dx$

3.  $\int_1^e \frac{1}{t \ln t} dt$  و  $\int_{-1}^0 (2e^x + 5x) dx$  و  $\int_1^e \frac{\ln^2(x)}{x} dx$

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 5x \cos 3x dx$  ؛  $\int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin(5x) dx$  و  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$

5.  $\int_2^3 \frac{2x+2}{x^2+2x} dx$  و  $\int_1^3 \frac{1}{x+2} dx$  و  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

6.  $\int_0^3 |x-1| dx$  و  $\int_0^{\ln(2)} \frac{3e^x}{e^x+2} dx$  و  $\int_0^1 e^{5x} dx$

.02

حدد العدد الحقيقي  $\lambda > 0$  حيث:  $\int_2^\lambda (x+7) dx = 20$

.03

1. حدد  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  حيث:  $\frac{2x+1}{x-3} = a + \frac{b}{x-3}$  مع  $x \neq 3$

2. استنتج قيمة التكامل:  $\int_0^2 \frac{2x+1}{x-3} dx$

.04

أحسب التكامل باستعمال المكاملة بالأجزاء:

1.  $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

2.  $B = \int_1^\lambda \ln(x-1) dx$  مع  $\lambda > 1$

.05

نضع  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$  و  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

1. أحسب التكامل:  $I + J$  ثم  $I - J$

2. استنتج قيمة التكامل  $J$  ثم قيمة التكامل  $I$

.06

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

1. بين أن:  $\forall x \in [1, +\infty[ : \frac{1}{2x^2} \leq \frac{1}{1+x^2} \leq \frac{1}{x^2}$

2. استنتج تأطير للتكامل:  $\int_1^\lambda \frac{1}{1+x^2} dx$  مع  $\lambda > 1$

3. استنتج:  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \int_1^\lambda \frac{1}{1+x^2} dx$

.07

قارن التكاملين  $I$  و  $J$  بدون حساب لقيمتيهما.

$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 x^2 \ln(x) dx$  و  $J = \int_{\frac{1}{2}}^2 -\ln(x) dx$

نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على  $[0, 2]$  بما يلي :

$$f(x) = x \quad \text{و} \quad g(x) = x^2 + \frac{1}{2}$$

ليكن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  منحنيهما في المعلم  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. نحسب  $V_f$  حجم مجسم المولد بدوران  $(C_f)$  حول محور الأفاصيل

على المجال  $[0, 2]$ .

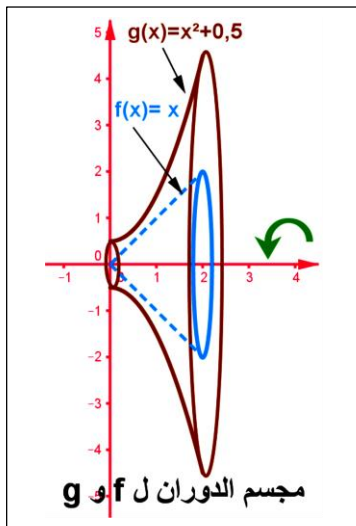
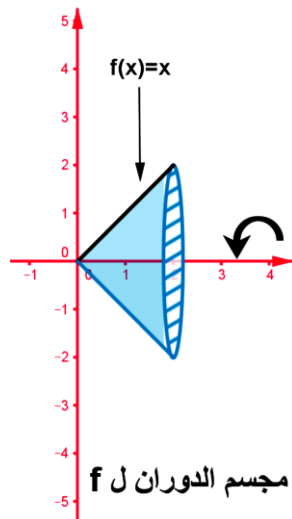
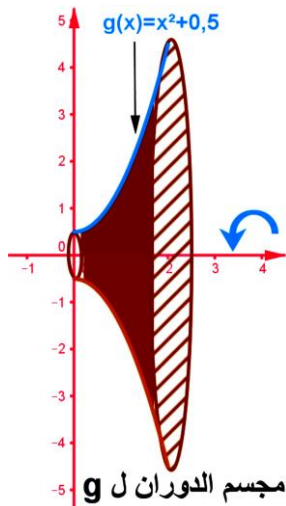
2. نحسب  $V_g$  حجم مجسم المولد بدوران  $(C_g)$  حول محور الأفاصيل

على المجال  $[0, 2]$ .

3. نحسب  $V_c$  حجم  $(S_c)$  مجسم المولد بدوران للحيز  $(S)$  من

المستوى المحصور بين المنحنيين حول محور الأفاصيل على  $[0, 2]$ .

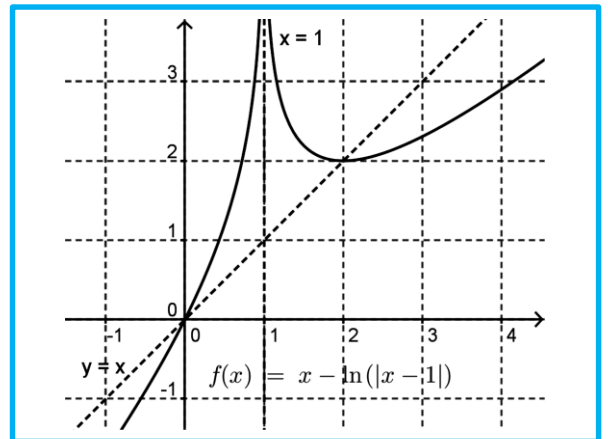
4. لون المجسم  $(S_c)$ .



08.

$f$  دالة عددية و  $(C_f)$  منحناها في م.م.م  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  ( $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ )

حيث :  $f(x) = x - \ln(|x-1|)$ .



ليكن  $\lambda$  من  $[1, 2]$  و ليكن  $\Delta$  حيز النقط  $M(x, y)$  حيث:

$\lambda \leq x \leq 2$  و  $x \leq y \leq f(x)$  (أي الحيز المحصور بين المنحنى

والمستقيمات  $(y=x ; x=2 ; x=\lambda)$ . لون الحيز  $\Delta$ .

1. أحسب بدلالة  $\lambda$  المساحة  $A(\lambda)$  للحيز  $\Delta$  ثم  $\lim_{\lambda \rightarrow 1^+} A(\lambda)$ .

09.

نضع :  $K_0 = \int_0^{\pi/2} dx$  و  $n \in \mathbb{N}^*$   $K_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(x) dx$

1. أحسب :  $K_0$  و  $K_1$ .

2. بين أن :  $K_{n+1} = \frac{n}{n+1} K_{n-1}$  (يمكنك استعمال المكاملة

بالأجزاء ) ،

3. استنتج  $K_2$  ثم  $K_3$ .

10.

1. أعط إخطا ل  $f(x) = \cos^3 x$  ثم استنتج دالة أصلية ل  $f$

2. أحسب :  $I = \int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$ .

3. أحسب :  $K = \int_0^{\pi/2} x \cos^3 x dx$ .

11.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  (الوحدة 1 cm)