

التمرين رقم 1

حل في المجموعة $\mathbb{C}$ لمعادلات التالية :

$Z^2 + 2Z + 2 = 0$	$Z^4 = 1$	$3Z^2 + 1 = 0$	$Z^2 + 4 = 0$
$Z^3 - 1 = 0$	$4Z^2 - 4Z + 5 = 0$	$Z^2 + 4Z + 13 = 0$	$4Z^2 - 2Z + 1 = 0$
$Z^2 - 3Z + 3 = 0$	$2Z^2 - Z + 1 = 0$	$4Z^2 + 4Z + 1 = 0$	$Z^2 - 2Z + 26 = 0$

التمرين رقم 2

نعتبر الحدودية : $P(z) = z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$

1. حدد العددين a و b بحيث : $P(z) = (z^2 + 1)(z^2 + az + b)$

2. أ. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$

ب. أستنتج حلول المعادلة : $P(z) = 0$

التمرين رقم 3

نعتبر في $\mathbb{C}$: $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

1. أ. تحقق أن $P(2i) = 0$

ب. حدد العددين الحقيقيين a ; b بحيث يكون $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$

2. أ. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

ب. استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$

3. نعتبر في (P) النقاط A , B , C التي ألقاها هي : $z_A = \sqrt{3} - i$, $z_B = \sqrt{3} + i$, $z_C = -2i$

أ. أكتب الأعداد z_A , z_B , z_C على شكلها المثلثي

ب. بين أن $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

3. حدد المجموعتين : $(D) = \{M(z) \in (P) / |z - \sqrt{3} + i| = |z - 2i|\}$

و $(\Gamma) = \left\{ M(z) \in (P) / \frac{z - \sqrt{3} + i}{z - \sqrt{3} - i} \in i\mathbb{R} \right\}$

التمرين رقم 4

ليكن R الدوار الذي مركزه Ω ذات اللق $w = 2i$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$. و نعتبر النقط $A(a = 1 + i)$, $B(b = 1 + 3i)$ و $C(c = -1 + 3i)$

1. احسب $\frac{b - w}{a - w}$ و استنتج أن $R(A) = B$

2. حدد التمثيل العقدي للدوار R

3. بين أن C هي صورة النقطة B بالدوار R

4. استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين رقم 5

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z + 34 = 0$

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى M م $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$. النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي : $a = 3 + 5i$ و $b = 3 - 5i$ و

$c = 7 + 3i$ وليكن z لحن نقطة M من المستوى و z' لحن النقطة M' صورة M بالإزاحة T التي متجهتها $\vec{u}$ التي لحنها $4 - 2i$

أ- بين أن : $z' = z + 4 - 2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T

ب- بين أن : $\frac{b - c}{a - c} = 2i$ استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC = 2AC$

التمرين رقم 6

- المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C التي أحاطها على التوالي $a = i$ ، $b = 2 + 3i$ و $c = -2 + 3i$ و ليكن R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ و يحول (B, A) إلى (A, C)
- (1) أحسب $\frac{c-a}{b-a}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC و حدد قياسا للزاوية $(\overline{AB}, \overline{AC})$
- (2) بين أن زاوية الدوران R هي $\frac{\pi}{2}$ $[2\pi]$
- (3) حدد w لحق النقطة Ω مركز الدوران R

التمرين رقم 7

- نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E) \quad z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i = 0$
- (1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيلي صرف z_0 يتم تحديده
- (2) حدد الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث $z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i = (z - i)(az^2 + bz + c)$
- ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)
- (3) نعتبر في المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C التي أحاطها على التوالي $a = i$ ، $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $c = \bar{b}$
- أ- حدد كل من العددين $a - b$ ، $c - b$ على الشكل المثلثي
- ب- أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين رقم 8

- نعتبر في المستوى المنسوب إلى M, M, M $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ الإزاحة t التي متجهتها $\vec{u}(1 - i)$ و التحاكي h الذي مركزه $\Omega(2i)$ و نسبته $k = -3$
1. حدد صورة النقطة $A(1 + i)$ بكل من t و h
2. حدد صورة الدائرة (C) التي مركزها A وشعاعها $r = \frac{1}{2}$ بكل من t و h

التمرين رقم 9

- (1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
- (2) أكتب الحلين على الشكل المثلثي
- (3) نعتبر النقطتين $A(z_A = 2i)$ و $B(z_B = \sqrt{3} + i)$ أحسب $\frac{z_B}{z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث OAB
- (4) ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$
- أ- تحقق أن صورة B هي A بالدوران r
- ب- حدد لحق النقطة C صورة A بالدوران r

التمرين رقم 10

- المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C التي أحاطها على التوالي $a = -2i$ ، $b = \sqrt{3} + i$ و $c = -\sqrt{3} + i$ و ليكن R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ و يحول (A, B) إلى (B, C)
- (1) أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC و حدد قياسا للزاوية $(\overline{BA}, \overline{BC})$
- (2) بين أن زاوية الدوران R هي $\frac{2\pi}{3}$ $[2\pi]$
- (3) حدد w لحق النقطة Ω مركز الدوران R
- (4) حدد التعبير العقدي للدوران R و تحقق أن $R(C) = A$

التمرين رقم 11

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E) \quad z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$

(1) تحقق أن i حل للمعادلة (E)

(2) حدد الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c)$

ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

(3) نعتبر في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ A , B , C التي ألقاها على

التوالي $a = i$, $b = 2 + 3i$ و $c = 2 - 3i$ وليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$

أ- حدد a' لحق النقطة A' صورة A بالدوران R

ب- بين أن A' , B , C مستقيمة

ج- حدد التعبير العقدي للتحاكي h الذي مركزه B ويحول C إلى A'

التمرين رقم 12

1. أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ وليكن z_1 و z_2 هما حل المعادلة بحيث : $\text{Im}(z_1) > 0$

ب- أكتب العدد $(z_1)^{2009}$ على الشكل الأسّي ثم الشكل المثلثي

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ النقطة $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$. النقطة $A(1+i\sqrt{3})$ و $B(1-i\sqrt{3})$

أثبت أنه : A و B ينتميان إلى الدائرة التي مركزها O ثم أنشئ الشكل

3. أ- حدد لحق النقطة O' صورة النقطة O بالدوران r_1 الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ب- حدد لحق النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r_2 الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

التمرين رقم 13

نعتبر في المستوى العقدي (P) التحويل F الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z' = -iz - 2 + 2i$

(1) حدد لحق A' صورة النقطة $A(1-i)$ بالتحويل F

(2) بين أنه $z' - 2i = -i(z - 2i)$ ثم استنتج أن F دوران محدد مركزه و زاويته

(3) أ- تحقق أنه $|z'| = |z - 2 - 2i|$

ب- حدد مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون منه أجلها $|z + i| = |z'|$

التمرين رقم 14

نضع $f(z) = z^3 + 2z^2 - 16$

1- أ- أحسب $f(2)$ و حدد للعددين a ; b بحيث يكون $f(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^3 + 2z^2 - 16 = 0$

(2) نعتبر النقط A ; B ; D التي ألقاها على التوالي هي $a = -2 - 2i$; $b = 2$; $d = -2 + 2i$

أ- حدد العدد c لحق النقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع

ب- حدد e لحق النقطة E صورة النقطة C بالدوران $r(B; -\frac{\pi}{2})$

ج- حدد f لحق النقطة F صورة النقطة C بالدوران $r(D; \frac{\pi}{2})$

د- تحقق أن $\frac{f-a}{e-a} = i$ ما يمكن أن تستنتج بالنسبة للمثلث AEF ؟