تمارين أعداد عقدية من موحدات وطنية

التمرين الأول bac2008 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$

نعتبر في المستوى العقدي النقطين A و B و اللتي لحقيهما على التوالي $a=4+i$ و $b=8+3i$

2) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω التي لحقها $\omega=1+2i$ وزاويته $\frac{3\pi}{2}$

ا) بين أن $z'=-iz-1+3i$

ب) تحقق أن لحق النقطة C صورة A بالدوران R هو $c=-i$

ج) بين أن $b-c=2(a-c)$ ثم بين أن النقط A و B و C نقط مستقيمية

التمرين الثاني bac2009 الدورة العادية

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a=2-2i$ و $b=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$

1) اكتب على الشكل المثلثي كل من a و b

2) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$

ا) بين أن $z'=bz$

ب) تحقق ا ن C هي صورة A بالدوران R

ج) بين أن $\arg(c)=\arg(a)-\arg(b)$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي C .

التمرين الثالث bac2009 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر النقط A و B و C و D اللتي الحاقها على التوالي هي :

$a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$

ا) احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و D و C مستقيمية

ب) بين أن $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$

3) اكتب على الشكل المثلثي العدد $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD})$ واو $PA=\sqrt{2}PD$

التمرين الرابع bac2010 الدورة العادية

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $z^2-6z+34=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي هي :

$a=3+5i$ و $b=3-5i$ $c=7+3i$

3) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالازاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ اللتي لحقها $u=4-2i$

أ) بين أن $z' = z + 4 - 2i$ ثم تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T

ب) بين أن $\dfrac{b-c}{a-c} = 2i$

ج) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وان $BC = 2AC$

التمرين الخامس bac2010 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a = 8i$ و $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$ $b = 4\sqrt{3} - 4i$ و نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\dfrac{4\pi}{3}$

و ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R

أ) بين أن $z' = \left(\dfrac{-1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z$ ثم تحقق أن النقطة B هي صورة A بالدوران R

ب) بين أن $\dfrac{a-b}{c-b} = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتبه على الشكل المثلثي استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

التمرين السادس bac2011 الدورة العادية

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$

2) نعتبر النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a = 9 + i$ و $b = 9 - i$ و $c = 11 - i$

أ) بين أن $\dfrac{c-b}{a-b} = -i$ ثم استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية

ب) أعط الشكل المثلثي للعدد $4(1-i)$

ج) بين أن $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$ ثم $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

3) نعتبر الدوران R الذي مركزه B وزاويته $\dfrac{3\pi}{2}$

أ) بين أن التمثيل العقدي للدوران R هو $z' = -iz + 10 + 8i$

ب) تحقق أن لحق النقطة C' صورة C بالدوران R هو $9 - 3i$

التمرين السابع

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - 2\left(\sqrt{2} + 1\right)Z + 4 + 2\sqrt{2} = 0$

2) نعتبر العدد العقدي $Z = \left(\sqrt{2} + 1\right) + i$ و نضع $\theta \equiv \arg(Z)\ [2\pi]$ حيث $\theta \in]-\pi, \pi]$

تحقق أن $\theta \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$ و أحسب $|Z|$

3) بين أن $Z^2 = 2\left(1 + \sqrt{2}\right)(1 + i)$

4) أ) حدد الشكل المثلثي للعدد $a = 1 + i$ و استنتج أن $\theta = \dfrac{\pi}{8}$

ب) استنتج مما سبق $\sin\dfrac{\pi}{8}$; $\cos\dfrac{\pi}{8}$