01.

بسط التعابير التالية: $a=e^{3\ln(x)}$ و $b=\dfrac{\left(e^{5x}\right)^4\times e^{-8x}}{e^{3x}}$ و $c=\sqrt{e^{2x}+2e^x+1}$

02.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: $e^{7x}-2=0$ و $e^{3x}+3=0$ و $\left(e^x-2\right)\left(e^{2x}+6\right)=0$

03.

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: $e^{3x+1}>e^{7x+2}$ و $e^{2x+3}+9\le 0$ و $e^x\left(e^x-1\right)<0$

04.

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

- $f(x)=2e^x+1$ و $f(x)=\left(4-e^x\right)\ln\left(e^x-3\right)$ و $f(x)=\dfrac{e^x+5}{e^x}$ و $f(x)=\dfrac{3e^x}{e^x-2}$ و $f(x)=\dfrac{3}{e^x\times\ln(x)}$

05.

أحسب : $f'(x)$ في الحالات التالية.

- $f(x)=7x^4-e^{2x}$ و $f(x)=\ln\left(e^x-2\right)$ و $f(x)=\dfrac{e^x+5}{e^x}$ و $f(x)=e^{\frac{3x-5}{x-2}}$ و $f(x)=\sqrt{e^{2x}-e^x}$

06.

أحسب النهايات التالية:

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x+2}e^{-2x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-2x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}3x-2-e^x$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\times e^x$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2e^x-1}{5e^x-3}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e^x-1}{5e^x-3}$ و $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^{3x+2}-e^5}{x-1}$

حدد الدوال الأصلية للدالة f حيث: $f(x)=e^x-2e^{3x}$ و $f(x)=\dfrac{3}{3x+2}+e^{3x}$ و $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}-5}$ و $f(x)=3x^2+e^x\times\left(e^x+2\right)^4$

07. باك 2015 الدورة العادية

I. لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=e^x-2x$ . ...(0.75 ن)

01. أحسب : $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty,\ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2,+\infty[$.

02. تحقق أن : $g(\ln 2)=2(1-\ln 2)$ ثم حدد إشارة $g(\ln 2)$ . ...(0.5 ن)

03. استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$ . ...(0.5 ن)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x)=\dfrac{x}{e^x-2x}$.

ليكن $(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 1 cm) .

01. ...

أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\dfrac{1}{2}$ (لاحظ أن $e^x-2x=x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)$ لكل x من $\mathbb{R}^*$) . ...(1 ن)

ب- أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين) . ...(0.5 ن)

02. ...

أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^x}{(e^x-2x)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$ . ...(0.75 ن)

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ . ...(0.75 ن)

ج- بين أن : $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة O أصل المعلم . ...(0.25 ن)

03. أنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، المستقيم (T) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ (نأخذ $\dfrac{1}{e-2}\approx 1,4$ و نقبل أن للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ نقطتي انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $]0,1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\dfrac{3}{2}$ . ...(1 ن)

04. ...

أ- بين أن : $\dfrac{1}{e-2}\le\dfrac{x}{e^x-2x}\le xe^{-x}$ لكل x من المجال $[0,+\infty[$ . ...(0.75 ن)

ب- باستعمال المكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^1 xe^{-x}dx=1-\dfrac{2}{e}$ . ...(0.75 ن)

ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$. بين أن : $\dfrac{1}{e-2}\le A(E)\le 1-\dfrac{2}{e}$ . ...(0.5 ن)

III. لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty,0]$ بما يلي : $h(x)=f(x)$.

01. بين أن : الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على المجال J يتم تحديده .

02. أنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، المنحنى $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ الممثل للدالة h^{-1} .

IV. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي $u_0=2$ و $u_{n+1}=h(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

01. بين بالترجع أن : $u_n\le 0$ لكل n من $\mathbb{N}$ . ...(0.5 ن)

02. بين أن : المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x)\ge x$ لكل x من المجال $]-\infty,0]$). ....(0.75 ن)

03. استنتج أن : المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . ...(0.75 ن)

08.

I.

لنعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=(x+1)^2e^{-x}-x$.

01. أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$ (يمكنك أن تضع $x=2t$) . ب- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

02.

أ- بين أن : $g'(x)=-x^2e^{-x}+e^{-x}-1$. ب- بين أن: $e^{-x}\le 1$; $\forall x\in]0;+\infty[$.

ج- استنتج إشارة : $g'(x)$ على $]0;+\infty[$ ؛ ثم ضع جدول تغيرات للدالة $g(x)$ على $[0;+\infty[$.

د- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]1,\frac{3}{2}\right[$ حيث $g(\alpha)=0$.

II.

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$.

ليكن $(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 2 cm) .

01. أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و أول النتيجة هندسيا . $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

02. بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ و أول النتيجة هندسيا.

03. أ- أحسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}$. ب- أدرس إشارة: $f'(x)$.ثم أعط جدول تغيرات f . ج- استنتج رتابة f على $\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

د- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]1;\frac{3}{2}\right[$ حيث $f(\alpha)=\alpha$.

04. حدد تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المحورين .

05. بين أن : المماس (T) ل $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة التي أفصولها $x_0=0$ موازي للمستقيم (Δ) الذي معادلته (Δ) : $y=x$.

06. أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) نأخذ $e\approx 2,7$; $e^{-1}\approx 0,4$).

07. أ- بين أن g قصور f على $I=[-1;1]$ تقابل من I إلى J يتم تحدده . ب- أنشئ $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ منحنى الدالة g في نفس المعلم .

III.

لنعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

01. باستعمال ما سبق ؛ بين بالترجع أن : $1\le u_n\le\frac{3}{2}$; $\forall n\in\mathbb{N}$.

02. نقبل النتيجة التالية : $|u_{n+1}-\alpha|\le\frac{1}{2}|u_n-\alpha|$; $\forall n\in\mathbb{N}$.

أ- بين ن : $|u_{n+1}-\alpha|\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$; $\forall n\in\mathbb{N}$. ب- حدد نهاية المتتالية (u_n) .