

الأستاذ:  
نجيب  
عثمانى

**سلسلة رقم 8: الدوال الأسيّة**  
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة  
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3x} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{x^2} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - e^x \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3x}{x^3} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 - e^x \quad (10)$$

$$(14) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x} \quad (13) \quad (2x = X \text{ (ضع)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3 + x + 1}$$

**تطبيق الخاصية:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0^-$

$$(17) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 4x^3) e^x \quad (16) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - 1) e^x \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x) e^{2x} \quad (18) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \quad (20) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} \quad (19)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{x} \quad (23) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x} \quad (22) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{1-x} - 1}{x-1} \quad (21)$$

(استعمال المشتقة)

**تمرين 9:** أحسب مشتقة الدالة.

**تمرين 10:** أحسب  $f'(x)$  في الحالات الآتية:

$$f(x) = e^{3x} + e^x \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 e^{-x} \quad (3) \quad f(x) = 2x - e^{-x} \quad (2)$$

$$f(x) = (2x - 1)(e^x - 1) \quad (4)$$

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^x} \quad (6) \quad f(x) = (x - 1)e^{-\frac{1}{x}} \quad (5)$$

$$f(x) = e^{x \ln x} \quad (7)$$

$$f(x) = \frac{2}{(x-1)^2} e^{\frac{x+1}{x-1}} \quad (9) \quad f(x) = (e^x - 4) \sqrt{e^x - 1} \quad (8)$$

**تمرين 11:** حدد دالة أصلية لدالة  $f$  على المجال

$$I = \mathbb{R}; f(x) = 2e^{3x} - e^{-x} \cdot 1$$

$$I = ]0; +\infty[; f(x) = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2} \cdot 2$$

$$I = \mathbb{R}; f(x) = e^x (e^x - 1)^3 \cdot 3$$

**تمرين 1:** ليكن  $a$  عدداً حقيقياً، و  $b$  عدداً من  $\mathbb{R}^{*+}$  بسط ما يلي :

$$B = \frac{(e^a)^5 \times e^{3-a}}{\left(e^{1+\frac{3}{2}a}\right)^2} \text{ و } A = e^{\ln(b)} - \ln(2e^b) - \ln\left(\frac{e}{2}\right)$$

$$f(2 \ln 3) = e^x - 2e^{\frac{x}{2}} \text{ نضع: } f(x) = e^x - 2e^{\frac{x}{2}}$$

$$A = e^{-x} \times e^{2x} \text{ بسط ما يلي: } C = \sqrt{e^{2x}} \times e^{-x} \quad B = (e^{2-x})^2 \times e^{3x-4},$$

$$E = e^{2x} \left( (e^x + e^{-x})^2 + (e^x - e^{-x})^2 \right), \quad D = \frac{e^{2x} \times e^{3x}}{(e^x)^4}$$

**تمرين 3:** حدد مجموعة تعريف الدوال المعرفة كالتالي :

$$g(x) = \frac{3x - 1}{(e^x)^2 - 1} \quad \text{و} \quad f(x) = e^{\frac{3x-1}{x^2-2x}}$$

**تمرين 4:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية :

$$e^{2x} - 5e^x + 6 = 0 \quad (3) \quad \frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}} = e^{x-1} \quad (2) \quad e^{1-x} \times e^{2x} = e \quad (1)$$

**تمرين 5:** حل في  $\mathbb{R}$  المترابفات التالية :

$$\frac{1}{e^{x+1}} \geq e^{1-x^2} \quad (2) \quad e^{-3-x} \times e^{1+2x} > \frac{1}{e^x} \quad (1)$$

**تمرين 6:** حل في  $\mathbb{R}^2$  النظمات التالية :

$$(S_2) \begin{cases} e^x e^y = 10 \\ \frac{e^x}{e^y} = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (2) \quad (S_1) \begin{cases} 2e^x + 3e^y = 8 \\ e^x + e^y = 3 \end{cases} \quad (1)$$

**تمرين 7:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 1)e^x \quad (1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3x}{x^3} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3}{x} \quad (2)$$

**تمرين 8:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+ \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+1} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+1} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 1}{e^x + 2} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{-x+1}{x^3+5}} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + e^{-x} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

5. أدرس إشارة  $(x)'' f'$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

6. أدرس الفرع الالهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$

7. أحسب  $2\ln(2) f(2)$  ثم أنشئ المنحنى  $(C)$

**تمرين 19:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

1. حدد  $D_f$  و أحسب النهايات عند محدات  $D_f$

أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أعط جدول تغيراتها

3. بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده

$$\forall x \in J \quad f^{-1}(x)$$

**تمرين 20:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$f(x) = 1 - \ln(1 + e^{-x})$$

ليكن  $(C)$  التمثيل المباني للدالة  $f$  في معلم متعماد منظم

$$\cdot \|\vec{i}\| = 2\text{cm} \quad (\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$$

أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  . ما هو التأويل الهندسي

للتقطة المحصل عنها ؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

أ. بين أن  $\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = x + 1 - \ln(1 + e^x)$

ب. استنتج أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل بجوار  $-\infty$ .

ج. حدد الوضع النسبي للمنحنين  $(C)$  و  $(D)$  .

$$\cdot \forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = \frac{1}{1 + e^x}$$

ب. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

ج. ادرس تقرير المنحنى  $(C)$  .

د. بين أن المنحنى  $(C)$  يقطع محور الأفاسيل في نقطتين ينبغي تحديد أقصولها  $x_0$  .

4. أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$

5. أ. بين أن  $f$  تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .

$$\cdot \text{أحسب } f^{-1}(x) \text{ لكل } x \text{ من } J$$

**تمرين 21:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\cdot f(x) = 3 - \ln(1 + e^{-x})$$

ليكن  $(C)$  التمثيل المباني للدالة  $f$  في معلم متعماد منظم

$$\cdot \|\vec{i}\| = 2\text{cm} \quad (\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$$

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ما هو التأويل الهندسي

للتقطة المحصل عنها ؟

$$I = [0, \pi]; f(x) = \sin x e^{\cos x} \quad 4$$

$$I = ]0, +\infty[ \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x} \quad 5$$

**تمرين 12:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = e^{2x} - 2e^x$$

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أعط جدول تغيراتها

2. حدد دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

**تمرين 13:** أحسب  $(x)'' f'$  في الحالات الآتية على المجال  $I$

$$f(x) = e^{x^2 - 3x}, I = \mathbb{R} \quad 1$$

$$f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}; I = ]0, +\infty[ \quad 2$$

$$f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}; I = \mathbb{R} \quad 3$$

**تمرين 14:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات و المتراجحات الآتية:

$$5 \times 2^x + 2^{x+1} - 336 = 0 \quad (1) \quad 3^x = 12 \quad (2) \quad 2^{x+1} = 8^x \quad (1)$$

$$(0,5)^{2x} \geq (0,5)^{x+1} \quad (3) \quad 5 \cdot 2^{x-1} > 4^x \quad (4)$$

**تمرين 15:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة الآتية:

**تمرين 16:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = (x-1)e^x$$

1. حدد  $D_f$  أحسب النهايات عند محدات  $D_f$

2. أحسب  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

3. أدرس الفرع الالهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$

4. أدرس تقرير  $(C)$

5. أنشئ المنحنى  $(C)$

**تمرين 17:** المستوى منسوب إلى معلم متعماد منظم  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

$$\text{لتكن } f \text{ الدالة المعرفة كالتالي: } f(x) = x - 1 + \frac{3}{e^x + 1}$$

1. حدد  $D_f$  و أحسب النهايات عند محدات  $D_f$

2. حدد تغيرات  $f$  و أعط جدول التغيرات

$$3. \text{تحقق من أن: } (\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = x + 2 - \frac{3e^x}{e^x + 1}$$

4. حدد معادلة المقاربين المائلين لمنحنى  $f$

(مع تحديد الوضع النسبي)

**تمرين 18:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:

$$f(x) = (e^x - 4)\sqrt{e^x - 1}$$

1. أحسب النهاية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$2. \text{بين أن لكل } x \text{ من } \mathbb{R}_+^* \text{ من: } \frac{f(x)}{x} = \frac{e^x - 4}{\sqrt{e^x - 1}} \cdot \frac{e^x - 1}{x}$$

3. أدرس قابلية اشتراق الدالة  $f$  على اليمين في النقطة 0 ثم أعط تأويل هندسي للنقطة المحصل عليها

$$4. \text{بين أن لكل } x \text{ من } \mathbb{R}_+^* \text{ من: } f'(x) = \frac{3e^x(e^x - 2)}{2\sqrt{e^x - 1}}$$

6. أنشئ  $(C)$   
**تمرين 24:** المستوى منسوب إلى معلم متعمد منظم  $(o; \vec{i}, \vec{j})$   
 بحيث:  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$  وليكن  $(C)$  المنحني الممثل للدالة  $f$

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كالتالي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} e^{x-1}; & x < 1; x \neq 0 \\ f(x) = 1 - (\ln x)^3; & x \geq 1 \end{cases}$$

1) بين أن  $f$  متصلة في 1

2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

3) أدرس الفروع الانهائية لـ  $(C)$

4) بين أن  $f$  قابلة للاشتاقاق في 1

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{x-1}{x^2} e^{x-1} \\ f'(x) = \frac{-3(\ln x)^2}{x} \end{cases}$$

5) بين أن: أدرس تغيرات  $f$  و حدد جدول تغيرات

6)  $\forall x \geq 1 f''(x) = \frac{3 \ln x}{x^2} (\ln x - 2)$  (7) بين أن:

7) حدد نقط انعطاف  $(C)$  إذا كان:  $x \geq 1$

أ) أنشئ المنحني  $(C)$

8) أ) بين أن الدالة  $h$  قصور على المجال  $I = ]1; +\infty[$  قبل دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده

ب)  $\forall x \in J h^{-1}(x)$  حدد

9) أ) باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن :

$$\int_1^e (\ln x)^3 dx = 6 - 2e \quad \text{و أن : } \int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$$

ب) استنتج المساحة الهندسية للجزء من المستوى المحصور بين المنحنيين  $(C)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين:  $x=1$  و  $x=e$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
 c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



أ. بين أن

$$\forall x \in \mathbb{R} ; f(x) = x + 3 - \ln(1 + e^x)$$

ب. استنتاج أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 3$  مقارب مائل بجوار  $-\infty$ .

ج. حدد الوضع النسبي للمنحنيين  $(C)$  و  $(D)$ .

$$(3) \quad \text{أ. بين أن } \forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = \frac{1}{1 + e^x}.$$

ب. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ج. ادرس تغير المنحني  $(C)$ .

د. بين أن المنحني  $(C)$  يقطع محور الأفاسيل في نقطة ينبغي تحديد أقصولها  $x_0$ .

4) أنشئ المنحني  $(C)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

5) أ. بين أن  $f$  تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .  
 ب. أحسب  $f^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$ .

**تمرين 22:** المستوى منسوب إلى معلم متعمد منظم  $(o; \vec{i}, \vec{j})$

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

1. تحقق من أن  $f$  دالة زوجية

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أول هندسيا هذه النتيجة

3. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتاج تغيرات  $f$

$$4. \text{ بين أنه لكل } f''(x) = \frac{-2e^x(e^{2x} - 4e^x + 1)}{(e^x + 1)^4}$$

5. استنتاج أن  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يجب تحديدهما

6. أرسم  $(C_f)$

$$(\text{نأخذ: } \ln(2 - \sqrt{3}) = -1,3 \text{ و } \ln(2 + \sqrt{3}) = 1,3)$$

**تمرين 23:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\ln(-x)}; & x \in ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0[ \\ f(0) = 0 \\ f(x) = e^{-x} + x - 1; & x \in ]0; +\infty[ \end{cases}$$

( $C$ ) هو التمثيل المباني للدالة  $f$  في معلم متعمد منظم.

1. بين أن الدالة  $f$  متصلة في النقطة  $x_0 = 0$

2. بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتاقاق في النقطة  $x_0 = 0$

3. أحسب  $f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و أعط تأويلا هندسيا

4. أحسب  $f(x)$  و بين أن  $(C)$  تقبل مقاربا مائلا بجوار  $+\infty$

5. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .