

ملخص وقواعد في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي

درس الأعداد العقدية الجزء الأول:

- الكتابة $z = x + iy$ حيث x و y عدنان حقيقيان تسمى الشكل الجبري للعدد العقدي z .
- العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد z , ويرمز له بالرمز $\text{Re}(z)$.
- العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد z , ويرمز له ب: $\text{Im}(z)$.
- $\text{Im}(z) = \text{Im}(z')$ و $\text{Re}(z) = \text{Re}(z')$ $\Leftrightarrow z = z'$.
- $z = \bar{z}$ إذا فقط إذا فقط كان $z = \bar{z}$.
- $\bar{\bar{z}} = z$ عدد تخيلي صرف إذا فقط إذا فقط كان $\bar{z} = -z$.
- $\overline{z_A - z_B} = \bar{z}_A - \bar{z}_B$ ونكتب $\overline{z_B - z_A}$ هو العدد العقدي $\overline{AB}$.
- I منتصف $[AB]$ هو العدد العقدي $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.
- A و B و C نقطة مستقيمة إذا فقط إذا كان: $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عددا حقيقيا.
- العدد العقدي $x - iy$ يسمى مرافق العدد العقدي $z = x + iy$ ونرمز له ب $\bar{z}$.
- z و z' عددين عقديين و n عددا صحيحا نسبيا لدينا:
 $\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)} = \frac{\bar{z}'}{\bar{z}}$ و $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$, $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$, $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$
 $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$
- معيار $z = x + iy$ حيث x و y عدنان حقيقيان. هو العدد
الوجب: $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$
- لتكن A و B نقطتين من المستوى العقدي, لحقهما على التوالي z_A و z_B .
لدينا: $\|\overline{AB}\| = AB = |z_B - z_A|$.
- $|z| = |-z| = |\bar{z}|$ و $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ و $|z \times z'| = |z| \times |z'|$
- إذا كان $z \neq 0$ فان: $\left|\frac{z'}{z}\right| = \frac{|z'|}{|z|}$ و $\frac{1}{|z|} = \frac{1}{|\bar{z}|}$
- إذا كان $z \neq 0$ فان لكل عدد صحيح نسبي n : $|z^n| = |z|^n$
- و $\frac{|z_B - z_A|}{|z_C - z_A|} = \frac{AB}{AC}$
- و نرمز ل عمدة العدد العقدي z ب $\arg z$ ولدينا:
 $\arg z \equiv \overline{(\bar{u}; OM)}[2\pi]$
- ليكن z عددا عقديا غير منعدم, لدينا:
 $z \in \mathbb{R}^{*+} \Leftrightarrow \arg z \equiv 0[2\pi]$
 $z \in \mathbb{R}^{*-} \Leftrightarrow \arg z \equiv \pi[2\pi]$
 $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \arg z = k\pi$ أو $z = 0$
- عمدة عدد تخيلي صرف: ليكن y عددا حقيقيا غير منعدم, لدينا:
إذا كان $y > 0$ فان: $\arg(iy) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$
إذا كان $y < 0$ فان: $\arg(iy) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$
- ليكن z عددا عقديا غير منعدم, لدينا:
- $\arg(-z) \equiv \pi + \arg z[2\pi]$ و $\arg \bar{z} \equiv -\arg z[2\pi]$
- الكتابة $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ حيث $r = |z|$ و $\theta \equiv \arg z[2\pi]$ تسمى شكلا مثلثيا للعدد العقدي z
- ليكن z و z' عددين عقديين غير منعدمين, لدينا:
 $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) \equiv \arg z - \arg z'[2\pi]$ (3)
 $\arg(z \times z') \equiv \arg z + \arg z'[2\pi]$ (1)
 $\arg(z^n) \equiv n \arg z[2\pi]$ لكل $n \in \mathbb{Z}$ (4)
- ليكن z و z' عددين عقديين غير منعدمين, بحيث:
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ و $z' = r'(\cos \theta' + i \sin \theta')$
مع $r > 0$ و $r' > 0$ لدينا:
 $\bar{z} = r(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$ و $-z = r(\cos(\theta + \pi) + i \sin(\theta + \pi))$
 $z \times z' = rr'(\cos(\theta + \theta') + i \sin(\theta + \theta'))$
 $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}(\cos(\theta' - \theta) + i \sin(\theta' - \theta))$ و $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$
- $z^n = r^n(\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$ لكل $n \in \mathbb{Z}$.
- لتكن A و B و C و D نقطة من المستوى العقدي مثنى مثنى, ألقاها على التوالي z_A و z_B و z_C و z_D , لدينا:
 $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)[2\pi] \equiv \arg(\overline{AB}; \overline{AC})$ و $\arg(z_A - z_B)[2\pi] \equiv \arg(\bar{u}; \overline{AB})$
- $\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_C}\right)[2\pi] \equiv \arg(\overline{AB}; \overline{CD})$
- تكون النقط A و B و C مستقيمة إذا فقط إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) \equiv \arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) \equiv 0[2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) \equiv \pi[2\pi]$
- يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv \arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv 0[2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv \pi[2\pi]$
- يكون المستقيمان (AB) و (CD) متعامدين إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$
- التمثيل العقدي للإزاحة و التحاكي و الدوران
لتكن $M(z)$ و $M'(z')$ نقطتين من المستوى العقدي
0 التمثيل العقدي للإزاحة: لتكن $t_{\bar{u}}$ الإزاحة ذات المتجهة $\bar{u}$
 $t_{\bar{u}}(M) = M' \Leftrightarrow z' = z + a$ حيث $a = \bar{u}$ هو لحق المتجهة $\bar{u}$
0 التمثيل العقدي للتحاكي: لتكن $h(\Omega; k)$ التحاكي الذي
مركزه $\Omega(z_\Omega)$ ونسبته k :
 $z' - z_\Omega = k(z - z_\Omega) \Leftrightarrow h(M) = M'$
التمثيل العقدي للدوران: ليكن $R(\Omega; \alpha)$ الدوران مركزه $\Omega(z_\Omega)$
وزاويته α : $z' - z_\Omega = e^{i\alpha}(z - z_\Omega) \Leftrightarrow R(M) = M'$