

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة رقم 6: الدوال اللوغاريتمية
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 12: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0 \quad (2) \quad \ln(2x-1) = \frac{3}{2} \quad (1)$$

تمرين 13: حل في $\mathbb{R}^2$ النظام

$$\begin{cases} 3\ln x + \ln y = 2 \\ 2\ln x - \ln y = 3 \end{cases}$$

تمرين 14: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - x^3 \ln x \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^4 \log x \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) \quad (1)$$

$$X = \sqrt{x} : \text{ضع } \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln(x))^2 \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \quad (4)$$

تمرين 15: أحسب $f'(x)$ في كل حالة من الحالات التالية:

$$f(x) = \ln(1+x^2) \quad \text{و} \quad f(x) = x \ln x \quad \text{و} \quad f(x) = x^2 - \ln x$$

تمرين 16: حدد الدوال الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالتين التاليتين:

$$I = \mathbb{R}; f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 2} \quad 1.$$

$$I =]0; 1[; f(x) = \frac{1}{x \ln x} \quad 2.$$

تمرين 17: نعتبر الدالة f المعرفة ب: $f(x) = \frac{5x+1}{x^2+x-2}$

1. حدد D مجموعة تعريف الدالة f و حدد عددين حقيقيين

$$a \text{ و } b \text{ بحيث: } (\forall x \in D); f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2}$$

2. استنتج الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]-\infty; -2]$

3. حدد الدالة الأصلية F للدالة f على $]-\infty; -2]$ بحيث $F(-3) = \ln 2$

تمرين 18: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$

$$f(x) = \frac{2x-5}{x-1} \quad \text{بما يلي:}$$

1. حدد الأعداد الحقيقية a و b بحيث:

$$\forall x \in]1; +\infty[; f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

2. استنتج الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$

حدد الدالة الأصلية F للدالة f بحيث $F(2) = 0$

تمرين 19:

1. لتكن الدالة العددية g بحيث: $g(x) = x - \ln x$

1. حدد D_g و أحسب نهايات g عند محددات D_g

2. أحسب $g'(x)$ و أعط جدول تغيرات g

3. استنتج أن: $x > \ln x$, $\forall x > 0$

تمرين 1: حدد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية:

$$h: x \rightarrow \frac{x}{\ln x} \quad (3) \quad g: x \rightarrow \ln(x^2 - 3x + 2) \quad (2) \quad f: x \rightarrow \ln(x+1) \quad (1)$$

تمرين 2: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المترجمات التالية:

$$\ln(3x-1) = \ln(5x-10) \quad (2) \quad \ln(x-2) = 0 \quad (1) \quad \ln(x-1) \geq 0 \quad (3)$$

تمرين 3: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$\ln(2x) = \ln(x^2 + 1) \quad (2) \quad \ln(2x-1) - \ln(1-x) = 0 \quad (1)$$

تمرين 4: حل في $\mathbb{R}$ المترجمة: $\ln(x-1) - \ln(3x+1) < 0$

تمرين 5: إذا علمت أن $\ln(2) \approx 0,7$ و $\ln(3) \approx 1,1$

فاحسب ما يلي: $\ln(6)$, $\ln(4)$, $\ln(8)$, $\ln(72)$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right), \ln\left(\frac{3}{2}\right), \ln(\sqrt{2}), \ln(\sqrt{6}), \ln(3\sqrt{2})$$

$$A = \ln\sqrt{2+\sqrt{2}} + \ln\sqrt{2-\sqrt{2}}, \quad \ln(12\sqrt[3]{3})$$

$$B = \frac{1}{4} \ln 81 + \ln \sqrt{3} - \ln \frac{1}{27}$$

$$C = \ln(\sqrt{2}+1)^{2015} + \ln(\sqrt{2}-1)^{2015}$$

تمرين 6: بسط

$$A = \ln(3) - \ln(5) + \ln(15) \quad (1)$$

$$B = \ln(0,01) - \ln(1000) + \ln(10^6) \quad (2)$$

تمرين 7: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة و المترجمة التالية:

$$\ln(2x+5) + \ln(x+1) \leq \ln 4 \quad (2) \quad \ln x + \ln(x-1) - \ln 2 = \ln 3 \quad (1)$$

تمرين 8: بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

تمرين 9: أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2\ln(x) + 1 \quad (1)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln^2(x) - \ln x) \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\ln(x)+1}{\ln x} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln^2(x) + \ln x \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x - \ln x \quad (5)$$

تمرين 10: أحسب: $\ln(e^3)$ و $\ln(e^7)$ (1)

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: المعادلة $\ln(x) = 7$

تمرين 11: أحسب وبسط:

$$B = 2 \ln(\sqrt{e}) + \ln(e\sqrt{e}) - \frac{1}{3} \ln(e^9) \quad A = \ln(e^2) + \ln(e^4) - \ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

تمرين 29:

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x(\ln x + 1)^2 \quad \text{إذا كانت } x \neq 0 \text{ و } f(0) = 0$$

1. حدد D_f .

2. أحسب: و أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3. أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} x(\ln x)^2$ ثم استنتج اتصال الدالة f على اليمين في 0

4. أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أعط تأويلا

هندسيا للنتيجة المحصل عليها

5. أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ وأول النتيجة مبيانيا

6. تحقق أن $f'(x) = (\ln x + 1)(\ln x + 3)$ $\forall x > 0$

7. حدد جدول تغيرات الدالة f

8. حدد معادلة مماس منحنى الدالة f عند النقطة الذي أفصولها 1

تمرين 30:

1. أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^3 - x)}{x}$

2. أحسب مشتقة الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x(\ln x)^4$

تمرين 31:

$$\log 50 - \log \frac{1}{2} (3 \log 2 + \log 5) (2 \log 10^4 + \log \frac{1}{10^4})$$

$$\log \sqrt{40} + \log \sqrt{90} - \log \frac{2}{3} (4$$

تمرين 32: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: $\log(x+3) + \log x = 1$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 2 \quad (2 \log_4(x-1) + \log_4 2 = 1) \quad (1$$

$$(\log x)^2 + \log x - 6 = 0 \quad (4 \log_3(2x) \times (\log_5(x) - 1) = 0) \quad (3$$

حيث $\log$ هو اللوغاريتم العشري

تمرين 33: حدد الدوال الأصلية للدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad \text{على المجال }]-\infty; 1[$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



$$II. \text{ لتكن الدالة العددية } f \text{ بحيث : } x > 0 \quad \begin{cases} f(x) = \frac{x + \ln x}{x - \ln x} \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

1. بين أن $D_f = [0; +\infty[$

2. بين أن f متصلة في الصفر على اليمين

3. أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4. بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر على اليمين

$$5. \text{ بين أن : } \forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{2(1 - \ln x)}{(x - \ln x)^2}$$

6. أعط جدول تغيرات f

7. حدد نقط تقاطع C_f و المستقيم $y = 1$ (Δ)

8. بين أن C_f يقطع محور الأفاصل في نقطة

أفصولها ينتمي إلى $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

9. أنشئ C_f في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (خذ $e \approx 2,7$, $\ln 2 \approx 0,7$)

تمرين 20: أحسب وبسط ما يلي: $\log_8 4 (2 \log_2 4 (1$

$$(3 \log_{\sqrt{3}} 9 (4 \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} (5$$

$$A = \log_2 \left(\frac{1}{5} \right) + \log_2 (10) + \log_{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{3}) (5$$

تمرين 21: أحسب ما يلي:

$$\log_{\frac{1}{2}} (\sqrt[3]{2}) (2 \log_2 \left(\frac{1}{5} \right) + \log_2 (10) (1$$

تمرين 22: أحسب و بسط ما يلي:

$$\log_{10} 0,0001 , \log_{10} 100$$

$$A = \log(250000) + \log \sqrt{250} - \log(125)$$

تمرين 23: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$\log_3(2x) \times (\log_5(x) - 1) = 0 \quad (1$$

$$2(\log x)^2 - 19 \log x - 10 = 0 \quad \text{حيث } \log \text{ هو اللوغاريتم العشري} \quad (2$$

تمرين 24: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية: $\log_{\frac{1}{2}} \left(x - \frac{1}{2} \right) \geq 1$

تمرين 125: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية:

$$\ln^2(x-1) - \ln(x-1) - 2 = 0$$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - \log_{\frac{1}{3}}(-x+2) \leq 0$$

تمرين 26: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\ln \frac{-3x+12}{2x+2} \leq 0$

تمرين 27: احسب النهايات التالية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^3 \quad (2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^{10}}{x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3x+1)}{2x}$$

تمرين 28: تحدد $f'(x)$ بحيث: $f(x) = \frac{\ln(3x^2+1)}{3x^2+1}$