

ذ. محمد الكيال

الدوال الأصلية

← الدوال الأصلية لدالة منصلة على مجال:

◆ تعريف:

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
 نقول أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال I
 إذا تحقق الشرطان التاليان:

- F قابلة للاشتقاق على المجال I
- $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

◆ خاصيات:

كل دالة متصلة على مجال تقبل دالة أصلية على هذا المجال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
 إذا كانت F دالة أصلية للدالة f على المجال I فإن:
 جميع الدوال الأصلية للدالة f معرفة على I بما يلي:

$$x \mapsto F(x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية على مجال I
 وليكن x_0 عنصرا من I و y_0 عنصرا من $\mathbb{R}$
 توجد دالة أصلية وحيدة F للدالة f على المجال I
 تحقق الشرط البدئي: $F(x_0) = y_0$

← الدوال الأصلية: لمجموع الدالتين - لحداء دالة و عدد حقيقي:

◆ خاصية:

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجال I و k عددا حقيقيا
 إذا كانت F و G دالتين أصليتين للدالتين f و g على المجال I على التوالي فإن:

- $F + G$ دالة أصلية للدالة $f + g$ على المجال I
- kF دالة أصلية للدالة kf على المجال I

← جدول الدوال الأصلية لبعض الدوال الاعتيادية:

$f(x)$	$F(x)$
$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$
x	$\frac{1}{2}x^2 + k$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x} + k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + k$
$\sin x$	$-\cos x + k$
$\cos x$	$\sin x + k$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + k$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$
e^x	$e^x + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$(k \in \mathbb{R})$

← استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد بعض الدوال الأصلية:

$f(x)$	$F(x)$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + k$
$\frac{-v'(x)}{[v(x)]^2}$	$\frac{1}{v(x)} + k$
$u'(x) \times [u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + k$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x) + k$
$u'(x) \times e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + k$
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a} \sin(ax + b) + k$
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax + b) + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$(a \neq 0)$

$(a \neq 0)$

$(k \in \mathbb{R})$