

الدوال الأصلية

2ع ت

جدول دوال أصلية :

الدالة f	الدوال الأصلية F	مجال تعريف f و F
$\circ$	'عدد ثابت' C	$\mathbf{R}$
$\mathbf{a}$	$ax + b$	$\mathbf{R}$
x^n مع $n \in \mathbf{N}^*$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\mathbf{R}$
$\frac{1}{x^n}$ مع $n \in \mathbf{N} - \{0,1\}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}} + c$	$]0; +\infty[$
x^r مع $r \in \mathbf{Q} - \{0, -1\}$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	$]0; +\infty[$
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x} + c$	$]0; +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$	$]0; +\infty[$ أو $]-\infty, 0[$
e^x	$e^x + c$	$\mathbf{R}$
e^{ax} مع a غير منعدم	$\frac{e^{ax}}{a} + c$	$\mathbf{R}$
$\cos(ax+b)$ مع a غير منعدم	$\frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$	$\mathbf{R}$
$\sin(ax+b)$ مع a غير منعدم	$-\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$	$\mathbf{R}$
$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$\tan x + c$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi[$ مع k من $\mathbf{Z}$
$u'(x)u^r(x)$ مع $r \in \mathbf{Q} - \{0, -1\}$	$\frac{1}{r+1} (u(x))^{r+1} + c$	حيث u ق ش وموجبة قطعاً
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + c$	حيث تكون u ق ش وموجبة قطعاً
$\frac{u'(x)}{u^2(x)}$	$-\frac{1}{u(x)} + c$	حيث تكون u ق ش ولاتنعدم
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x) + c$	حيث تكون u ق ش ولاتنعدم
$u'(x)e^{u(x)}$	$e^{u(x)}$	حيث u ق ش

(ق ش : قابلة للإشتقاق)

تعريف دالة أصلية :

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I .
نسمي دالة أصلية للدالة f على المجال I كل دالة عددية F قابلة للإشتقاق على المجال I بحيث $F'(x) = f(x)$ لكل x من I .

خاصية :

لتكن f دالة معرفة على مجال I و F دالة أصلية للدالة f على المجال I
الدوال الأصلية للدالة f على I هي الدوال المعرفة بما يلي :
 $x \rightarrow F(x) + c$ حيث c عدد حقيقي.

ملاحظة : إذا كانت F و G دالتين أصليتين على مجال I
فإن : $(\exists c \in \mathbf{R}) (\forall x \in I) : F(x) - G(x) = c$
مع c غير مرتبط بالعدد x .

خاصية :

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I وتقبل دوال أصلية عليه.
 x_0 عنصر من I . y_0 عدد حقيقي
توجد دالة أصلية وحيدة G للدالة f على المجال I تحقق $G(x_0) = y_0$

ملاحظة: تحديد الدالة G يعود إلى تحديد قيمة C

خاصية :

كل دالة متصلة على مجال I تقبل دوال أصلية عليه.

خاصية :

لتكن f و g دالتين معرفتين على مجال I و α عددا حقيقيا .
إذا كانت F و G دالتين أصليتين على التوالي للدالتين f و g على المجال I
فإن : $F + G$ دالة أصلية للدالة $f + g$ على المجال I .
 αF دالة أصلية للدالة αf على المجال I .



http://www.unic-coeurages.net