

سلسلة 1: تمارين حول الاتصال

تمرين 6

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيداً x_0 في المجال I :

$$\cdot I = [1; 2] \quad \text{و} \quad f(x) = x^4 + 4x - 8 \quad - 1$$

$$\cdot I = [-3; -2] \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2} \quad - 2$$

$$I = [0; 1] \quad \text{و} \quad f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 1 \quad - 3$$

بـ- باستعمال طريقة التفرع النهائي أعط قيمة

مقرية للعدد x_0 بالدقة 10^{-2}

تمرين 7

بين أن المعادلة $3x^3 - 3x + 1 = 0$ تقبل بالضبط ثلاثة حلول في \mathbb{R} ثم أعط تأثيراً لكل منها إلى 5×10^{-1}

تمرين 8

لتكن f الدالة العددية بحيث :

1 - بين أن القصور g للدالة f على المجال

$$J = [-1; 4] \quad \text{يقبل دالة عكسية } g^{-1} \quad \text{من مجال } J$$

يجب تحديده نحو I .

$$2 - \text{حدد } g^{-1} .$$

تمرين 9

نعتبر f دالة المعرفة على $I = \left[\frac{1}{4}; +\infty \right]$

$$f(x) = 2x^2 - x + 1 \quad \text{بـ}$$

بين أن f يقبل دالة عكسية f^{-1} من مجال J

يجب تحديده نحو I ثم حدد $(f^{-1}(x))$ لـ كل x من J .

تمرين 10

$$f(x) = x + \sqrt{x+1}$$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية من مجال J يتم تحديده

$$I = [-1, +\infty)$$

2) تحقق من أن $f^{-1}(1) = 0$

3) حدد $f^{-1}(x)$ لـ كل x من J

تمرين 11

دالة المعرفة على المجال $I =]-\infty, 3]$ بما يلي:

$$f(x) = (x-3)^2 - 1$$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

2) أحسب $(f^{-1}(x))$ لـ كل x من J

تمرين 12

حل في \mathbb{R} المعادلات التالية :

$$\cdot x^6 - 3 = 0 \quad - 2 \quad \cdot \quad x^3 + 7 = 0 \quad - 1$$

$$\cdot \quad \sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{4} \quad - 3$$

$$\cdot \quad \sqrt[3]{(3+x)^2} + \sqrt[3]{(3-x)^2} = 2\sqrt[3]{9-x^2} \quad - 4$$

تمرين 1

ادرس اتصال f في x_0 في الحالتين التاليتين

$$x_0 = 2 \quad \begin{cases} f(x) = \frac{-4+x^2}{x-2} & x > 2 \\ f(x) = \sqrt{x^2+12} & x \leq 2 \end{cases}$$

$$x_0 = 1 \quad \begin{cases} f(x) = \frac{(x-1)^2}{|x-1|} & x \neq 1 \\ f(1) = 2 & \end{cases}$$

تمرين 2

احسب a و b و c لـ كي تكون f متصلة في 3

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x-3} & x > 3 \\ f(x) = \frac{-4+cx^2}{x-2} & x < 3 \\ f(3) = 2 & \end{cases}$$

تمرين 3

لتـ كـن f الدـ الـ عـ دـ بـ حـ يـ ثـ :

1 - حـ دـ D_f وـ اـ حـ سـ بـ نـ هـ اـ يـ ا~تـ f عـ نـ دـ مـ حدـ اـتـ .

2 - اـ درـ اـ صـ اـ الـ دـ الـ اـ عـ لـ يـ ـ .

3 - هل الدـ الـ f تـ قـ بـ تـ مـ دـ يـ دـ بـ الـ اـ تـ الـ اـ ؟ .

في $(-4) ?$.

تعريف

لـ تـ كـن f دـ الـ غـ يـرـ مـ عـ رـ فـ ةـ فـ يـ x_0 لـ كـنـ لـ هـاـ نـ هـ اـ يـةـ I فـ يـ

الـ دـ الـ دـ الـ g مـ عـ رـ فـ ةـ بـ

مـ تـ صـ لـةـ فـ يـ x_0 تـ سـ مـ يـ تـ مـ دـ يـ دـ بـ الـ دـ الـ f فـ يـ

تمرين 4

حدـ مـ جـ مـ وـ عـ تـ عـ رـ يـ فـ الدـ الـ f وـ اـ درـ اـ صـ اـ الـ دـ الـ اـ عـ لـ يـ ـ .

فيـ الـ حـ الـ اـتـ الـ تـ الـ اـ ئـ ةـ

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 - 3x - 4} \quad \text{بـ} \quad f(x) = 2x^2 - 3x + 6 \quad \text{أـ}$$

$$f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x-3}} \quad \text{ذـ} \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} + \frac{x}{x+1} \quad \text{ـ}$$

$$f(x) = x^2 + \sin(3x+4) \quad \text{ـ}$$

تمرين 5

لتـ كـن f دـ الـ مـ تـ صـ لـةـ عـ لـىـ قـ طـ عـ ةـ $[a; b]$ بـ حـ يـ ثـ :

$$f(b) < b^2 \quad \text{وـ} \quad f(a) < ab$$

باـ سـ تـ عـ مـ بـ رـ هـ نـةـ الـ قـ يـ الـ وـ سـ يـ طـ يـةـ عـ لـىـ الدـ الـ دـ الـ

$g(x) = f(x) - bx$ بين أنه يوجد عنصر c من المجال

$$\cdot \quad f(c) = bc \quad \text{بـ حـ يـ ثـ } [a; b]$$

سلسلة 1: تمارين حول الاتصال - تابع-

ب- أدرس اتصال g^{-1} في 0

4- حدد $(g^{-1}(x))$ لكل x من J

تمرين 18

$$f(x) = \frac{2 + \sqrt{4 - x^2}}{x} \quad \text{نعتبر } f \text{ دالة المعرفة بـ } D_f \quad (1)$$

2) لتكن g قصور f على المجال $[0, 2]$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسيّة g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $(g^{-1}(x))$ لكل x من J

تمرين 19

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}}$$

1- حدد D_f وادرس اتصال f على

2- بين أن f تزايدية قطعاً على D_f

3- استنتج أن f تقبل دالة عكسيّة f^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو

$$f^{-1}(1) = \frac{5}{2}$$

4- أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من

تمرين 20

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1+x}} \quad \text{نعتبر } f \text{ دالة المعرفة بـ } D_f$$

1- حدد D_f

2- لتكن g قصور f على المجال $I = [0, +\infty]$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسيّة g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $(g^{-1}(x))$ لكل x من J

تمرين 21

نعتبر f دالة المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x-2} & x \geq 3 \\ f(x) = x - 1 + \sqrt[3]{3-x} & x < 3 \end{cases}$$

1- حدد D_f ونهايات عند محدوداتها.

2- أدرس اتصال f .

ليكن g قصور الدالة f على $I = [3; +\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسيّة g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $(g^{-1}(x))$ لكل x من J

تمرين 13

احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt[3]{x+1}} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x + 1} - 2\sqrt[3]{x^3 + 2} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x+63}-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt[3]{x^3 + x^2} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x-1}}$$

تمرين 14

1- أكتب مقامات الأعداد التالية على شكل عدد

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}, \frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}, \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$$

2- رتب الأعداد التالية تزايدياً :

$$(a) \sqrt[6]{6} \text{ و } \sqrt[3]{3} \text{ و } \sqrt[4]{4} \text{ و } \sqrt[2]{2} \\ (b) \sqrt[15]{400} \text{ و } \sqrt[10]{225} \text{ و } \sqrt[6]{100} \text{ و } \sqrt[3]{25}$$

تمرين 15

احسب :

$$b = \frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{3} \left(\sqrt[4]{\frac{1}{2^2}} \right)^3}{\left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\sqrt[5]{3^{-3}} \right)^4} ; a = \frac{\sqrt[4]{9} \sqrt[3]{3^3} \sqrt{9}}{\sqrt[5]{81} \sqrt{\sqrt{3}}}$$

تمرين 16

نعتبر f دالة المعرفة بـ

1- أدرس تغيرات f وأنشئ منحناها في معلم

متعمادم منظم (o, i, j)

2- لتكن g قصور f على المجال $I = [1, +\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسيّة g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $(g^{-1}(x))$ لكل x من J وارسم منحنى g^{-1} في نفس المعلم

تمرين 17

$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2} \quad \text{نعتبر } f \text{ دالة المعرفة بـ } D_f$$

1- حدد D_f

2- أحسب النهايتيين: $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

3- نعتبر g قصور الدالة f على المجال $I = [-2, 2[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسيّة g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I